Geometria applicata alle arti belle e alle arti meccaniche

Poletti, Luigi

Roma, MDCCCXXIX [1829]

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 8670

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-41148

Sezione III.

SEZIONE III.

Delle simmetrie delle figure

177. *Simmetria* è una corrispondenza di misure, sicchè il tutto e le parti siano proporzionali fra loro. In simil guisa il disegno di una macchina o di un pezzo di terreno sono conformi al vero, quando le misure di quello conservano il medesimo rapporto, che hanno le parti della macchina e del terreno fra loro.

Si notò già al §. 172, che i matematici danno a questa voce un altro significato, ma noi ci atterremo al suo vero, che è quello di proporzionalità, per accordarci anche al senso, che dovrà avere nelle istituzioni della meccanica e dell' architettura.

178. Prima d'introdurci ad esporre le proprietà principali delle proporzioni delle figure ricorderemo quello, che si dimostrò già nell'aritmetica intorno alle quantità ossia grandezze lineari, mentre come si disse le linee possano esprimersi per quantità.

1°. Che le ragioni, che sono eguali ad una medesima quantità sono eguali fra loro.

2°. Che, le quantità che ad una terza hanno la medesima ragione sono eguali fra loro.

3°. Che due ragioni uguali ad una terza sono eguali fra loro.

4°. Che moltiplicando o dividendo i termini di una ragione per una stessa quantità la ragione rimane la medesima.

5°. Che se quattro quantità o linee sono in proporzione geometrica sarà il prodotto o rettangolo delle estreme eguale a quello delle medie, e viceversa.

6°. Che se la proporzione è continua sarà il rettangolo delle estreme uguale al quadrato della media.

7°. Che in ogni proporzione *invertendo*, *alternando*, *componendo*, e *dividendo* vi riman proporzione.

179. Ora aggiungerò un' altra proprietà sulle quantità o grandezze lineari, di cui auremo bisogno in seguito, ed è: *che se si abbiano quante si vogliano ragioni eguali fra loro la somma degli antecedenti sta a quella dè conseguenti, come un' antecedente qualunque al suo conseguente.*

Siano A, B, C, D, ec. diverse grandezze tali, che abbiasi

$$A:B::C:D::E:F::G:H$$

dico, che sarà

$$A+C+E+G : B+D+F+H :: A:B$$

Diffatti dalle suddette proporzioni si auranno i seguenti prodotti, ai quali premetteremo i due primi che sono eguali per essere un solo,

$$AB = BA$$
$$AD = BC$$
$$AF = BE$$
$$AH = BG$$

e sommando $A(B+D+F+H) = B(A+C+E+G)$. E considerando queste due quantità l'una come il prodotto degli estremi di una proporzione l'altra come quello dei medii auremo

$$A+C+E+G : B+D+F+H :: A : D$$

che suona come l' ennunciato.

180. Gioverà in seguito conoscere anche la seguente proprietà: *Se si abbiano quante si vogliano grandezze proporzionali fra loro il prodotto di due antece-*

denti sta al prodotto di due conseguenti, come il quadrato di un antecedente qualunque al quadrato del suo conseguente: Così pure il prodotto di tre antecedenti al prodotto di tre conseguenti come il cubo di un antecedente qualunque al cubo del suo conseguente.

Difatti abbiasi A : B :: C : D. Sia la ragione di $A:B=m$; sarà anche $C:D=m$. E moltiplicando insieme queste due ragioni si aurà $AC : BD=m \times m=m^2$

Ma $m^2 = A^2 : B^2$; $m^2 = C^2 : D^2$

come si ricava moltiplicando per se stesso termine per termine. Tutte queste ragioni essendo uguali ad una medesima quantità m^2 saranno ancora eguali fra loro, ossia

$$AC : BD :: A^2 : B^2 :: C^2 : D^2$$

come doveasi dimostrare per la prima parte.

Ora abbiansi le quantità

$$A : B :: C : D :: E : F$$

dico che sarà

$$ACE : BDF :: A^3 : B^3$$

Difatti sia come sopra $A : B=m$; sarà $C : D=m$; $E : F=m$; e moltiplicando queste equazioni insieme sarà

$$ABC : BCF = m^3.$$

Ma $$m^3 = A^3 : B^3$$
$$m^3 = C^3 : D^3$$
$$m^3 = E^3 : F^3$$

E tutte queste ragioni essendo eguali ad una medesima quantità sono anche eguali fra loro. Onde

$$ABC : BDF :: \overset{3}{A} : \overset{3}{B} :: \overset{3}{C} : \overset{3}{D} :: \overset{3}{E} : \overset{3}{F}$$

come doveasi dimostrare per la seconda parte.

Si potrebbe anche provare nello stesso modo, che *il prodotto di quattro antecedenti sta al prodotto di quattro conseguenti come il quadro—quadrato di un antecedente al quadro—quadrato del suo conseguente*, ma di ciò non è quasi alcun uso nelle arti.

181. Ricordate così le principali proprietà delle simmetrie lineari passiamo a quelle delle figure, ossia delle superficie piane.

Si dicono *figure simili* quelle, che hanno gli angoli uguali, e i lati proporzionali intorno a questi angoli.

Lati omologhi si dicono quelli che sono opposti agli angoli uguali. Ciò posto ecco la prima legge delle figure simili.

182. *I triangoli della medesima altezza stanno fra loro come le basi.*

Siano ABC, *abc* (*fig.* 100) i triangoli che hanno la medesima altezza $AL = al$; dico che sarà triang. ABC : triang. *abc* :: base BC : base *bc*. Difatti il triangolo ABC è uguale a $BC \times \frac{AL}{2}$. Similmente triang. $abc = bc \times \frac{al}{2} = bc \times \frac{AL}{2}$. E riducendo a proporzione sarà triang. ABC: triang. $abc :: BC \times \frac{AL}{2} : bc \times \frac{AL}{2}$. Ma i due ultimi termini hanno per comune la quantità $\frac{AL}{2}$, così levandola col mezzo della divisione resterà triang. ABC : triang. *abc* : : BC : *bc*, c. d. d.

183. I parallelogrammi essendo doppii dei triangoli ne segue, che anch'essi quand'abbiano la medesima altezza, o altezze uguali stanno fra loro come le basi.

184. *In ogni triangolo se si conduce una retta parallela alla base divide gli altri due lati in proporzione fra loro.*

Egli è a rifflettersi innanzi tratto che una retta *la quale sega quante si vogliano parallele equidistanti rimane divisa in parti eguali*. Ed in vero se noi consideriamo nella *fig.* 101. quante si vogliano parallele AB, CD, EF, GH equidistanti fra loro tagliate dalla MN, se noi abbassiamo le perpendicolari O*m*, P*p*, N*n* queste saranno eguali fra loro, e renderanno eguali similmente i triangoli MO*m*, OP*p*, PN*n* per la natura del parallelismo e della equidistanza delle rette date. Dunque sarà MO=OP=PN, c. d. d.

Ora premesso questo principio, che può servire qualche volta a dividere in parti eguali una retta, sarà facile dimostrare quello che ci siamo proposto al principio di questo paragrafo.

Difatti sia ABC (*fig.* 102) un triangolo tagliato dalla retta EF parallela alla base, dico che dividerà gli altri due lati in parti proporzionali.

Si conducono quante si vogliano parallele *ab*, *cd*, *ef*. Per quello che abbiam detto il lato AE resterà diviso in un certo numero di parti eguali A*a*, *ac*, *c*E, e in un medesimo di parti eguali resterà tagliata l' AF : talchè se sia *n* il numero delle parti, sarà AE=*n*. Aa; AF=*n*. Ab. Supponiamo che l' AB resti divisa dalle parallele in *m* parti eguali, anche l' AC rimarrà divisa nello stesso numero di parti eguali fra loro. Onde sarà AB$=m$. Aa; AC$=m$. Ab, ed auranno luogo le seguenti proporzioni

AE : AF : : n.Aa : n. Ab : : Aa : Ab

AB : AC : : m. Aa : m. Ab : : Aa : Ab

E quindi per essere due ragioni eguali ad una terza auremo

AE : AF : : AB : AC

c. d. d.

185. Nella precedente proporzione potendosi alternare, e dividere si potrà dire ancora

Alternando AE : AB : : AF : AC

dividendo AB—AE : AE : : AC—AF : AF

ossia EB : AE : : FC : AF.

e così coll' *invertere* si possono comporre quante proporzioni si vogliano tutte egualmente vere.

186. *I triangoli equiangoli sono simili.*

Siano ABC, *abc* (*fig.* 103) i triangoli equiangoli, dico che intorno agli angoli uguali saranno i lati proporzionali.

Si sovraponga l'angolo *a* all'angolo A, e i lati ai lati. Il triangolo minore sul triangolo maggiore prenderà la posizione di A*bc*. Perchè poi ang. $b=$ ang. B saranno le rette *bc*, BC parallele, e quindi per la proposizione del §. 184 sarà

AB : AC : : Ab : Ac ossia

AB : AC : : ab : ac,

che è quanto dire che i due triangoli intorno all' ang A$=$ang, *a* hanno i lati proporzionali. Quello che si è detto di questo potendosi dire degli altri due angoli, ne seguirà che i due triangoli saranno simili.

187. *I triangoli che hanno un angolo uguale e i lati intorno a quest' angolo proporzionale sono equiangoli e simili.*

Siano ABC, *abc* (*fig. prec.*) i triangoli, che abbiano ang. A=ang. *a*, e i lati in questa proporzione

AB : AC :: *ab* : *ac*

dico che saranno equiangoli e simili.

Colla sovraposizione i lati *ab*, *ac* cadranno in A*b*, A*c*, e quindi sarà

AB : AC :: A*b* : A*c*

per dato. Dunque la retta *bc* riuscirà parallela a BC (§. 184). Quindi gli angoli *b*, *c* eguali rispettivamente agli angoli B, C. Quindi il triangolo *abc* per essere equiangolo all'altro ABC, ne sarà anche simile (§. prec.). Dunque ec.

188. *I triangoli che hanno tutti i lati proporzionali sono equiangoli e simili.*

Nè due triangoli ABC, *abc* (*fig. sud.*) sia AB: *ab* :: AC : *ac* :: BC : *bc*. Si prenda A*b*=*ab*, e si tiri *bc* parallela a BC. Quindi auremo

AB : AC :: A*b* : A*c*

e per essere A*b*=*ab* sarà ancora

AB : AC :: *ab* : A*c*

Ma noi abbiamo per ipotesi

AB : AC :: *ab* : *ac*.

Queste due proporzioni avendo tre termini eguali a tre termini auranno anche il quarto uguale al quarto, ossia A*c*=*ac*. Nell'istesso modo si troverà *bc*=bc : il che vuol dire che i due triangoli A*bc*, *abc* sono uguali, avendo tutti i lati eguali. Ma il triangolo A*bc* è equiangolo e simile al triangolo ABC. Dunque anche il suo eguale *abc* sarà equiangolo e simile al triangolo ABC.

189. *I triangoli eguali hanno le altezze in ragion inversa delle basi.*

Siano A, B l'altezza e la base dell'uno; a, b l'altezza e la base dell'altro. L'area del primo sarà $\frac{AB}{2}$, quella del secondo $\frac{ab}{2}$ (§. 122). E per essere eguali i triangoli sarà $\frac{AB}{2}=\frac{ba}{2}$ ossia $AB=ab$.

Ora queste due quantità possono esprimere il prodotto degli estremi e dei medii di un'analogìa. Quindi ridotti in proporzione sarà.

$$A : a :: b : B$$

cioè le altezze in ragion inversa delle basi, come si è detto di sopra.

190. I parallelogrammi eguali essendo doppii dei triangoli conservano il medesimo rapporto fra le altezze e le basi.

191. *I triangoli e i parallelogrammi simili hanno le altezze in ragion diretta delle basi.*

Difatti siano AL, al le altezze dei due triangoli ABC, abc (*fig.* 103): saranno i triangoli ABL, abl equiangoli, e quindi sarà

$$AC : ac :: AL : al$$

Ma $AC : ac :: BC : bc$: due ragioni eguali ad una terza sono eguali fra loro. Dunque

$$AL : al :: BC : bc,$$

come si è enunciato di sopra.

192. *La perpendicolare condotta dal vertice all'ipotenusa divide il triangolo in due simili fra loro e all'intero.*

Sia ABC (*fig.* 104) un triangolo rettangolo, di cui AD rappresenti la suddetta perpendicolare. Per essere l'angolo B comune, e l'angolo $x = A$ perchè retti, sono i triangoli ABC, ABD equiangoli e simili. Nello stesso modo essendo C comune, e l'angolo $y = A$ perchè retti, sono i triangoli ABC, ACD equiangoli e simili. Dalle quali somiglianze trovandosi $m = C$, $n = B$, ed essendo $x = y$ si conclude, che anche i triangoli ABD, ADC sono equiangoli e simili fra loro.

193. Dalla dimostrata somiglianza dei triangoli ABD, ADC si ricava

$$BD : DA :: DA : DC$$

la quale significa che *nel triangolo rettangolo la detta perpendicolare è media proporzionale fra i segmenti dell' ipotenusa*.

194. Si deduce ancora per la somiglianza del triangolo ABC col triangolo ABD

$$BD : BA :: BA : BC$$

ovvero per quella dei triangoli ABC, ADC

$$DC : AC :: AC : BC$$

le quali vogliono dire, *che i cateti sono medie proporzionali fra l'ipotenusa ed il segmento contiguo.*

195 *I triangoli, i parallelogrammi, e i poligoni simili sono fra loro come i quadrati dei lati omologhi*.

Siano X, Z (*fig.* 105) due rettangoli simili; auremo

$$X : Z :: ac : bd.$$

Ma per la somiglianza dei rettangoli si ha

$$a : b :: c : d$$

e pel principio rammentato di sopra (§. 180.)

$$ac : bd :: a^2 : b^2$$

E quindi per aver due ragioni uguali alla terza di $ac : bd$ sarà

$$X : Z :: a^2 : b^2,$$

ossia come i quadrati dei lati omologhi.

Or tutti i triangoli simili che fossero costruiti sulle basi a, b, ed avessero le altezze c, d, sarebbero le metà dei rettangoli X, Z; e quella ragione, che hanno gli interi avendola anche le metà, ne segue che detti triangoli sarebbero fra loro come $a^2 : b^2$, ossia come i quadrati dei lati omologhi.

Lo stesso dicasi intorno ai parallelogrammi simili, che avendo le stesse basi, e le stesse altezze coi rettangoli sarebbero eguali ai rettangoli stessi, ed avvrebbero la medesima ragione di $a^2 : b^2$.

Ora veniamo ai poligoni. Si decompongono i due poligoni in tanti triangoli, che riusciranno simili fra loro. Onde (*fig.* 106)

$X : x :: a^2 : b^2$ per la ragione suddetta

$Y : y :: c^2 : d^2 :: a^2 : b^2$ per la somiglianza dei poligoni.

$Z : z :: e^2 : f^2 :: a^2 : b^2$ per la stessa ragione

ec. ec. ec.

Ma pel principio dimostrato di sopra (§. 179.) che la somma degli antecedenti sta alla somma dei conseguenti come un'antecedente qualunque al suo conseguente, si avrà

$$X + Y + Z + V + \text{ec} : x + y + z + v + \text{.ec} :: a^2 : b^2$$

Ma la prima somma dei triangoli forma il primo poligono, e la seconda il secondo. Dunque si può concludere che il poligono ace sta al poligono bdf come $a^2 : b^2$, ossia come i quadrati dei lati omologhi: Come d. d.

196. *I triangoli, i rettangoli e i parallelogrammi stanno fra loro in ragion composta delle basi, e delle altezze.*

Siano T, t i due triangoli: A, B, a, b le corrispondenti altezze e basi. Sarà $T=\frac{AB}{2}$, $t=\frac{ab}{2}$.

Dunque

$$T : f :: \frac{AB}{2} : \frac{ab}{2}$$

ossia

$$T : f :: AB : ab,$$

che è la composta delle basi, e delle altezze.

Ma i rettangoli, e i parallelogrammi essendo doppii dei triangoli avranno anch' essi la medesima ragione. Dunque etc.

197. *I poligoni simili e i circoli stanno fra loro come i quadrati dei raggi, o dei diametri.*

Siano in primo luogo (*fig.* 107) P, p due poligoni simili, dico che stanno fra loro come i quadrati dei raggi, o dei diametri dei circoli circoscritti.

Difatti abbiamo (§. 195)

$$P : p :: \overline{FE}^2 : \overline{fe}^2$$

Ma tirati i diametri FO, fh e i raggi HE, he saranno i triangoli FHE, fhe simili, e quindi, FE : fe :: FH : fh; e quadrando

$$\overline{FE}^2 : \overline{fe}^2 :: \overline{FH}^2 : \overline{fh}^2 :: \overline{FO}^2 : \overline{fo}^2.$$

Dunque P : p : $\overline{FH}^2 : \overline{fh}^2 :: \overline{FO}^2 : \overline{fo}^2$ come doveasi dimostrare in primo luogo.

In secondo luogo dico, che i circoli stanno fra loro come i quadrati dei raggi, o dei diametri.

Difatti i circoli sono poligoni d' infiniti lati. Quindi si potrà dire circolo a circolo, come poligono a poligono. Ma i poligoni stanno fra loro, come i quadrati dei raggi, o dei diametri. Dunque anche i circoli staranno nella medesima ragione, come doveasi dimostrare in secondo luogo.

198. *Due corde in un circolo si segano in parti proporzionali.*

Siano AB, CD (*fig.* 108) le due corde, che si tagliano in un punto F. Si tirino le rette AC, BD. I due triangoli ACF, BED saranno equiangoli, e quindi simili (§. 187): onde intorno agli angoli uguali saranno i lati proporzionali; e quindi

$$AE : EC :: ED : EB. \text{ c. d. d.}$$

199. Facendo il prodotto degli estremi, e quello dei medii si avrà

$$AE \times EB = EC \times ED,$$

che vuol dire *segandosi due corde in un circolo, il rettangolo delle parti dell' una è uguale al rettangolo delle parti dell' altra.*

200. Sia una di queste corde perpendicolare all' altra: una di esse per conseguenza diametro del circolo. Sia dunque AB (*fig.* 109) il detto diametro perpendicolare alla corda CD: sarà AO : CO :: OD : BO (§ prec.) Ma per esser CO=OD ne verrà

$$AO : CO :: CO : BO,$$

cioè *la metà della corda, o qualsivoglia perpendicolare alzata da un punto qualunque del diametro, è media proporzionale fra i segmenti del diametro medesimo.*

Si avrà ancora

$$AO \times OB = \overline{CO}^2,$$

cioè *il rettangolo dei segmenti del diametro uguale al quadrato della metà della corda al medesimo normale*, che è la medesima proprietà del triangolo rettangolo.

201. Se si condurranno le rette CB, CA (*fig. sud.*) i triangoli COA, COB saranno equiangoli, e simili, avendo gli angoli uguali in O, perchè retti, e intorno i lati proporzionali (§. 187.). Quindi ang. BCO = ang. A, e la somma

ang. BCO + ang. OCA = ang. OCA + ang. OAC = 90°

ossia ang. BCA = 90°, il che vuol dire che *l' angolo nel semicerchio è retto*.

202. *Le secanti di un circolo sono reciprocamente come le parti esterne.*

Siano AB, AC (*fig.* 110) due secanti di un medesimo circolo, dico che sarà

$$AB : AE :: AC : AD.$$

Difatti si tirino le rette BE, DC. I due triangoli ABE, ADC sono equiangoli, e quindi simili, e intorno all' angolo comune A saranno i lati proporzionali, cioè

AB : AE :: AC : AD, c. d. d

203. Avendosi

$$AB : AE :: AC : AD$$

sarà ancora

$$AB \times AD = AC \times AE,$$

che vuol dire *se si abbiano quante si vogliono secanti in un circolo, i rettangoli di ciascuna nelle rispettive parti esterne, sono tutti eguali fra loro.*

204. *La tangente è media proporzionale fra la secante, e la sua parte esterna.*

Siano TA, TS (*fig.* 111.) la tangente, e la secante del circolo AEFS : dico che sarà

$$TS : TA :: TA : TB.$$

S' innalzi perpendicolare alla tangente il diametro AE. Si tirino le rette TE, AF. Il triangolo TAE sarà rettangolo in A. La retta AF sarà perpendicolare all'ipotenusa essendo l'angolo EFA retto, perchè nel semicerchio (§ 201). Ma se nel triangolo si abbassa una perpendicolare all'ipotenusa questa rimane divisa in modo che un cateto è medio proporzionale fra l'ipotenusa, ed il segmento vicino (§. 194.). Dunque avremo

$TE : TA :: TA : TF$, ossia

$$TE \times TF = \overline{TA}^2$$

Mà pel §. preced.

$$TE \times TF = TS \times TB$$

Dunque

$$TS \times TB = \overline{TA}^2$$

e riducendo a proporzione,

$TS : TA :: TA : TB$, c. d. d.

205. Avendosi

$$TE \times TF = TS \times TB = \overline{TA}^2$$

ne segue, che *il quadrato della tangente è uguale al rettangolo di qualunque secante nella sua parte esterna.*

Applicazioni ai principii della sezione III.

206. *Dividere una retta in un numero qualunque di parti eguali*

Sia AB (*fig.* 102) la retta da dividersi. Ad angolo comunque si ponga un altra retta AC indefinita. Sull'AC partendo dal punto A si replichi un apertura qualunque tante volte A*b*, *b d*, *d* F, ec. in quante si vuol dividere la proposta. Sia C l'ultima divisione, che si unirà all'estremo B della retta data. Dai punti *b*, *d*, F, *f*, ec si tirino le parallele *ab*, *cd*, EF, *ef* alla BC. La retta AB resterà divisa nei punti *a*, *c*, E, *e* in parti proporzionali alle parti dell'AC (§. 184.). Ma le parti dell'AC sono tutte eguali fra loro. Dunque lo saranno anche quelle dell'AB, c. d. f.

207. *Costruire la scala ticonica.* Sopra una retta indefinita AB (*fig.* 112) si ripeta una parte aliquota del metro, o di qualsivoglia altra misura, a farne le divisioni 0, 1, 2, 3, ec. Nell'estremo A s'innalzi la perpendicolare AC divisa in 10. parti eguali. Dalle divisioni di queste due rette si conducano tante parallele a chiuderne la figura CB. Si suddivida l'A*o* in 10 parti eguali, e si unisca la prima coll'angolo C a formare un triangoletto, che riporto più in grande in MNP, che comprenderà tante porzioni di rette parallele alle base. Si vedrà facilmente pel §. 184., che ciascuna di esse porzioni sarà $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, ec. della stessa base, la quale resterà per questo modo similmente suddivisa in 10 parti. Dagli altri nove punti di divisione della A*o* si conducano tante perallele alla prima, e la scala sarà formata.

Per usarla suppongasi che la lunghezza dei tratti Ao, o. 1, ec sia di un centimetro vero, e che debbano rappresentare un metro. Allora nelle divisioni dell' A o aavremo i decimetri, e nell' indicato triangoletto i centimetri. Siffatta scala sarebbe $\frac{1}{100}$ del vero, e si dice avere il rapporto di 1: 100. Secondo che la parte A o dovrà significare valore più o meno grande anche il disegno da farsi aurà una ragione meno o più grande col vero.

Si usano diversi rapporti secondo la natura dei disegni. Per es. la scala di 1 centimetro per 1 centimetro serve alle arti nei disegni delle sagome, dei profili e di tutti i particolari delle costruzioni. Quella di 1 centimetro per 5 centim. si chiama di $\frac{1}{5}$, e serve per disegni delle piccole macchine, e dei ferramenti. La scala di 1 centimetro per metro ossia $\frac{1}{100}$, come quella della figura, serve per le fabbriche, pei ponti di legno ec. Chi brama di conoscere quali siano i diversi rapporti delle scale da usarsi secondo i varii casi, e la varia natura dei disegni, potrà vederlo in una tabbella unita alle istruzioni degl' Ingegneri Pontifici di acque, strade, e fabbriche.

208. Se l'AB (*fig.* 102) è la scala di un disegno, e vogliasi cambiare in un'altra più grande o più piccola, sicchè il nuovo disegno acquisti una proporzione col dato, fissata che sia come AC la lunghezza della nuova scala l' operazione del §.206. ne darà la maniera di dividerla in parti eguali. Egli è però da riflettersi, che mentre le scale dei disegni hanno la ragione semplice dei numeri naturali, le aree dei disegni medesimi

hanno quella dei quadrati dei numeri stessi (§. 195.) Onde quando si vogliono scandagliare i disegni alla grandezza delle carte e delle tele si deve aver presente questa riflessione, che mentre le scale aumentano o diminuiscono, in maggior ragione aumentano e diminuiscono gli spazii dell' intero disegno. Così se la scala fosse tripla il disegno in area diverrà nonuplo.

209. *Descrivere il compasso di proporzione, e spiegarne l'uso*

Il compasso di proporzione è un' istrumento ABC (*fig.* 113) composto di due righe di ottone mobili intorno ad un punto fisso A, sulle quali sono segnate due linee AB, AC graduate, come disegna la figura, e serve per facilitare la riduzione delle proporzionali a guisa di una scala.

Per ridurre le dimensioni di una figura nel rapporto di due linee date M : N, si prende una lunghezza AD=M, e si apra il compasso, finchè la distanza DE sia uguale ad N. Allora egli è manifesto che tutte le lunghezze A1, A2, A3, ec. saranno corrispondenti e proporzionali alle aperture 1.1, 2.2, 3.3, ec, talchè mentre sul lato AB potremo avere una scala sull'apertura nè auremo un' altra proporzionale.

210. Coll' uso del compasso di proporzione *dopo tre rette si può trovare una quarta proporzionale*.

Poichè siano M,N,P (*fig.sud.*) le tre rette date. Colle due M, N si disponga il compasso come precedentemente. Indi si porti da A in *e* la terza P. La distanza *de* sarà la quarta (§. 184).

211. Senza il compasso di proporzione si può sciogliere geometricamente il medesimo problema, il che può servire principalmente, quando si tratta di misure grandi.

Si conduca una retta indefinita AC (*fig.* 114), e sopra vi si dispongano in AB, BC le rette M, N. Ad angolo qualunque come AD si collochi la terza P. Si prolunghi indefinitamente l'AD; si guidi la BD, e si tiri la parallela CE. Sarà DE la quarta ricercata (§. 184).

212. Se si domandasse *di trovare dopo due rette una terza proporzionale continua*; si dovrebbe fare N=P ossia AD=BC, nel resto l'operazione sarebbe la stessa come al §. precedente.

213. *Fra due rette cercare una media proporzionale*.

Si pongano per diritto fra di loro le due rette date, come BD, DC (*fig.* 104). Si costruisca sopra BC un semicerchio, e s'innalzi la perpendicolare DA. Questa sarà la media ricercata (§. 200).

214. *Applicazioni all' architettura*.

Gli architetti per proporzionare le sale, le stanze, le galerie, i portici hanno usato di siffatte ricerche facendo dipendere la lunghezza di un lato dalle dimensioni degli altri due. Così ad alcuni piacque di stabilire l'altezza in proporzione aritmetica colla lunghezza e colla larghezza: altri in proporzion geometrica, ed altri in proporzione armonica. Anzi di quest'ultima il Con. Giordano Riccati fu talmente vago, che ne scrisse un'opuscolo per provare la bellezza di questa proporzione nell'uso delle fabbriche. Queste cose furono riputate dagli architetti molto difficili ed oscure. Ora io vi mostrerò come colle cose suddette noi possiamo sbrigarci facilmente e con poche parole delle loro regole.

Siano a, b, c le tre dimensioni di una sala, di un cortile, ec. Date due qualunque delle suddette si può sempre determinare la terza.

Vogliasi per esempio che a sia media proporzionale aritmetica. Poichè si ha dall'aritmetica medesima

$$b \,.\, a \,.\!\cdot\, a \,.\, c, \text{ e quindi } a = \frac{b+c}{2}$$

ne segue questa regola generale in architettura, che volendosi proporzionare una delle tre dimensioni di un ambiente secondo la media aritmetica continua, non si ha che a far la somma degli altri due lati e dividerla per metà.

Che se vogliasi che il lato c sia terza proporzionale aritmetica continua, dalla suddetta proporzione avendosi

$$c = 2b - a$$

ne verrà la regola che basta sottrarre l'un lato cognito dal doppio dell'altro, ed il residuo nè darà il terzo.

Domandasi ora che le dette dimensioni di una stanza, sala, ec siano in continua proporzione geometrica, cioè si voglia uno dei tre lati media o terza proporzionale geometrica. Poichè abbiamo $a : b :: b : c$, si aurà ancora nel primo caso $b = \sqrt{ac}$, e nel secondo $c = \frac{b^2}{a}$ ovvero $a = \frac{b^2}{c}$, e quindi si assegnerà la proporzione di media geometrica ad un lato colla radice del prodotto degli altri due, e si aurà la terza proporzionale col quadrato della media diviso per l'altro estremo.

Chiedasi finalmente che debbano essere i tre lati di una sala, di un portico ec. in continua proporzione armonica. Quando quattro quantità sono tali che la differenza delle due prime stia alla differenza delle altre due come la prima all'ultima la proporzione dicesi *armonica*. E se le quantità sono tre la proporzione dicesi *armonica continua*. Nel caso nostro auremo dunque

$a-b : b-c :: a : c$ ossia $(a-b)\,c = a\,(b-c)$
dalla quale espressione si può ricavare i valori di una qualunque delle tre quantità a, b, c date le altre due. Sia per esempio la larghezza $a=20$ di una stanza la lunghezza $b=30$, si troverà l'altezza $c=24$.

Resta dunque che in tutte le suddette proporzioni si attribuiscono ad a, b, c i nomi parziali di lunghezza, larghezza, ed altezza, e nelle medesime aurete tutta la teoria generale per proporzionare le stanze, sale, ec, la qual teoria non è bisogno, che si dica doversi poi modificare a seconda del buon effetto nei diversi casi particolari.

215. *Uso del compasso di riduzione*.

Più spedito è il compasso di riduzione, che non è che un compasso a quattro punte ossia due compassi rovesci. Serve esso pure per trasportare le linee in altre secondo un dato rapporto, specialmente quando trattasi di ridurre i disegni dal grande al piccolo e viceversa. Consiste in due aste di ottone AB, CD (*fig.* 115) mobili intorno ad un punto E, che può scorrere in una cavità praticata in ciascun pezzo, e si può render fisso per mezzo di una vite di pressione simile a quella dei compassi ordinarii. Sopra il pezzo AB è segnata una divisione o scala, che deve regolare il movimento in una data proporzione della metà, del terzo, del quarto, ec. Una piastra al disotto del perno E nella cavità dell' altro pezzo CD impedisce che l'un pezzo strisci sull' altro per non turbare l'eguaglianza delle gambe.

Supponiamo ora che si voglia ridurre un disegno al terzo. Si porti il perno E sulla divisione del lato AB che indica siffatto rapporto, e mentre le punte B, D prenderanno le lunghezze naturali sul modello, le punte opposte A, C daranno le linee ridotte con molta sollecitudine. Diffatti immaginiamo di posare il compasso sopra una qualunque linea DB del dato disegno, l'apertura opposta AC darà la terza parte della DB. Poichè i triangoli AEC, DEB sono simili. Quindi

AE : EB : : AC : DB.

Ma AE è un terzo di EB. Dunque anche AC sarà un terzo di DB. Quello che si è detto della linea DB potendosi dire di qualunque altra, ne segue che potremo dunque assai facilmente tradurre dal grande al piccolo col solo posare le punte D, B sulle diverse lunghezze dei lati di un disegno, e dalla parte opposta le punte A, C daranno nell'istesso tempo le medesime lunghezze già ridotte secondo il richiesto rapporto.

Che se vogliasi il contrario, come triplicare, allora si poseranno le punte A, C sulle lunghezze del modello, e le punte D, B del compasso opposto daranno delle aperture triple. Egli è facile a riflettersi, che conviene osservare molta attenzione, affinchè le punte di simile compasso non si guastino, altrimenti la scala dell'asta AB non corrisponderà più alle riduzioni. Quindi alcuni hanno modificato questo compasso col piegare le punte come dimostra la figura in *a*, *b*, *c*, *d*. Vi hanno aggiunto ancora una vite longitudinale per regolare il perno E secondo i piccoli movimenti.

Se il compasso non avesse alcuna scala allora converrà aprirlo da una parte sotto una data lunghezza, e tirare il perno E su o giù secondo il bisogno, finchè acquisti la giusta posizione che l'una apertura divenga multipla o aliquota esattamente dell'altra. Questa osservazione c'insegna che il medesimo compasso si può usare per ridurre un disegno sotto un rapporto incomensurabile. Poichè M,N siano due linee qualunque che non abbiano comune misura. Si addattino le punte B, D sugli estremi della retta N, e si guidi il perno a poco a poco in quella posizione, finchè la distanza AC sia uguale ad M. Si prema la vite, ed il compasso darà tutte le misure nel rapporto di M : N.

216. *Dividere una retta in estrema e media ragione.*

Sia AB (*fig.* 115) la retta da dividersi. Si ponga normale alla medesima la $AC = \frac{AB}{2}$. Si descriva il circolo AFE col raggio AC, si tiri la BFE, e col raggio BF si tagli l'AB in H: dico che ivi resterà divisa in estrema e media ragione.

Essendo AC normale ad AB sarà AC la più breve di tutte le rette, che dal punto C si possono condurre all' AB, e al suo prolungamento (§. 36). Quindi qualunque punto dell'AB è più lontano dal centro C, che non lo è il punto A, ossia ogni altro punto diverso dal punto A è fuori del circolo, ciò che indica che la retta AB per essere perpendicolare al raggio tocca il circolo in un punto solo, ossia è tangente. Da questo discorso, poichè se ne fa proposito, è bene di marcare questa verità:

Che ogni retta perpendicolare al raggio è tangente il circolo.

Ora pel §. 204. sarà $BE : AB :: AB : FB$

Ma $EB = 2AC + FB = AB + FB$, ed $AB = HB$. Dunque sostituendo auremo $AB + HB : AB :: AB : HB$

e dividendo $AB + HB - AB : AB :: AB - HB : HB$

ossia $HB : AB :: AH : HB$

e permutando $AB : HB :: HB : AH$, c. d. f.

217. *Sopra una data retta descrivere un poligono simile ad un dato.*

Sia *ace* (*fig.* 106) il poligono dato, e *b* la retta. Si decomponga il poligono proposto nei triangoli X, Y, Z, ec. indi dopo le rette *a*, *b*, *m* si trovi la quarta proporzionale *n*; e così dopo le rette *a*, *b*, *p* si trovi la quarta *q*: indi sull' *a* colle rette *n*, *q* si costruisca il triangolo *x*, che riuscirà simile al triangolo X. Nello stesso modo per costruire il triangolo *y* dopo le rette *p*, *q*, *e* si trovi la quarta *d*, e dopo *p*, *q*, *r* si trovi la quarta *s*. Così sopra *q* colle *d*, *s* si potrà costruire il detto triangolo *y* simile ad Y, e si operi ugualmente per gli altri. In fine ne risulterà un poligono *bndf*... simile al dato *amce*..., e fatto sulla *b*.

218. *Applicazione alla Prospettiva.*

Se da un punto P agli angoli di un poligono *abcdef* (*fig.* 117) si conducano tante rette fino ad incontrare una parete parallela al piano del poligono medesimo, resteranno proiettati sulla medesima i punti A, B, C, D, ec, che congiunti per mezzo di rette daranno un poligono ABCDEF simile al dato. Poichè se riguarderemo alle rette AP, BP vedremo, che determinano un triangolo in cui le *ab*, AB sono parallele pel parallelismo dei piani. Quindi le *ab*, AB, mentre sono proporzionali alle B*b*, *b*P, lo saranno anche alle *bc*, BC per la medesima ragione. Così, considerando sotto il medesimo aspetto le altre rette che partono dal punto P, troveremo che i lati del poligono *abcdef* sono proporzionali agli omologhi del poligono ABCDEF. E poichè questi lati sono tutti paralleli fra loro determinano anche gli angoli uguali. Dunque i detti poligoni sono simili.

Se P sia un lume, ed *abcdef*... un immagine obbiettiva, come sarebbe una testa (*fig.* 118), la sua protezione ABCDE... sopra una parete sarà un ombra di contorno simile, e conforme al profilo, quando il piano che divide per metà la testa sia parallelo alla parete medesima. Così narrasi che un Vasajo greco, dovendo dividersi dalla persona cara al suo cuore, modellasse la sua figura contro il muro, su cui era proietta l'ombra del suo volto dalla lucerna, e dicono ancora che da questo fatto avesse origine la scoltura. Le prime pitture etrusche e greche paiono di questa maniera, poichè o sono uno spazio nero contornato dal profilo umano sopra un fondo giallo, o viceversa con poche altre linee che segnano gli occhi, le orecchie, e gli anelli delle capigliature, quasi tutte eguali, perchè di maniera e non copiate del vero. Quando l'arte presso què popoli venne avanzando, dette figure furono più studiate e disegnate, e si accostarono sempre più alla natura. Onde vediamo oggidì degli antichi vasi, denominati dal celebre archeologo Amati *italo-greci*, recentemente scoperti nel principato di Cannino, che formano la curiosità dei dotti e degli artisti, esser di un arte più o meno vera e raffinata, e sempre illustre per l'antichità.

Se P sia l'ochio di uno spettatore, ed *a*P, *b*P, ec siano i raggi luminosi, che concorrono agli angoli di un oggetto *abcdef* (*fig.* 118) prodotti fino ad incontrare la parete parallela di un quadro, si aurà per quello che abbiam detto una figura simile alla data. Di più dunque ne viene un principio fondamentale alla prospettiva, che *le* *figure parallele al piano del quadro sono simili alle obbiettive*. E possiamo anche concludere che *l'ombra proietta o la prospettiva ABCD . . . di un oggetto* ab-cd . . . *sarà tanto più grande quanto più il punto P sarà vicino all'oggetto medesimo , e viceversa*.

219. *Applicazione alla lanterna magica e alle ombre chinesi*

Il giuoco fanciullesco della lanterna magica, con cui si rapresentano allo spettatore posto all'oscuro immagini e quadri dipinti sulla parete del muro in mezzo ad un disco di luce, sono un applicazione del primo principio. Poichè si presentano vetri dipinti ad un cilindro di luce praticato nel lato di una scatola che rinchiude un lume. La luce attraversando una lente, che ingrandisce gli oggetti ed i vetri colorati, dipinge nel muro le figure, che sono sopra questi disegnate.

Le ombre chinesi sono similmente delle figure proiettate da una luce sopra un telaio trasparente interposto fra lo spettatore, che sta nel buio, e la macchina. Queste sono un'applicazione del secondo principio, perchè talvolta con meraviglia degli osservatori si veggono cominciare le figure giganti, e gradatamente diminuirsi fino a divenire un punto, e talvolta il contrario. E ciò accade per l'avvicinare od allontanare, che si fa delle figure colorate alla sorgente della luce.

220. *Applicazione alla Pittura*.

I pittori si valgono delle figure simili per trasportare dal piccolo al grande, e viceversa per mezzo della *reticola*. Poichè avendo essi fatto un bozzetto, come *a b c d* (*fig* 119) lo *gratelano* com'essi dicono disceguandovi sopra una rete di quadrati; indi sulla tela

ABCD, su cui vogliono trasportare la composizione disegnano una reticola di egual numero di quadrati, ciascuno de' quali aurà con quelli del bozzetto il medesimo rapporto, che hanno le superficie *abcd*, ABCD. Indi osservano sul bozzetto qual posizione e grandezza abbiano le parti delle figure dentro i quadretti dell' abozzo *abcd*, e conservando il medesimo rapporto le disegnano dentro ai quadrati corrispondenti della tela ABCD, nel qual modo operando essi non fanno che rappresentare figure simili, e similmente poste. In questa guisa essi ottengono con molta facilità di trasportare le loro composizioni nella stessa proporzione e relazione di parti conservando tutti i movimenti e le posizioni della prima invenzione.

Quando vogliono trasportare dai cartoni alla tela, allora le reticole sono d'ordinario uguali, ed usano il metodo descritto al §. 171.

221. *Applicazione alla Scoltura*.

Quando gli scultori vogliono portare un modello dal grande al piccolo, o viceversa fanno uso di telai, che abbiano tra loro quel medesimo rapporto, che deve regnare fra l'esemplare e la copia. Poichè se la figura è di 10. palmi, e si voglia ridurre a 4 si fa che i due telai da sovraporsi al modello e al sasso abbiano le scale di palmi nella ragione di 10 : 4. Indi quando si ricercheranno i diversi punti si disporranno i fili sull'uno e sull' altro telaio a corrispondenti misure. E quanto alle profondità e distanze prese colla stecca e col compasso si dovranno prima misurare sulla scala dell' originale, e prendere poscia un egual numero di parti sulla scala del telaio minore per riportarle sul marmo. È chiaro dunque che queste ultime auranno alle prime dell' esemplare quella medesima ragione, che hanno le scale dei telaj, cioè di 10 : 4. Quindi operando in questo modo per tutte le parti la copia aurà all'originale il medesimo rapporto. Un discorso contrario si farebbe se si volesse portare dal piccolo al grande. Dunque anche nell'arte della statuaria si fa uso delle proporzioni, e quanto meglio s'intendono, e più diligentemente si osservano tanto più esatta risulta la Scoltura in pietra.

222. *Delle simmetrie degli ordini di Architettura.*

Le simmetrie degli ordini entrano in gran parte delle arti del disegno e della meccanica. Poichè lasciando che gli architetti hanno obbligo di esserne profondamente ammaestrati, anche gli scultori, pittori, incisori di camei, intagliatori in legni e pietre devono non meno esserne conosciuti.

Sono gli ordini di architettura una delle parti più belle e più difficili di quest'arte. La loro origine è antichissima, e furono da prima usati come fusti e sostegni delle coperture. Quindi nell'usarli nelle fabbriche non si deve mai perdere di vista questo importante fine, altrimenti si va contro la natura loro. Penso che gli ordini di architettura non siano che tre: 1° severo e grave ossia dorico: 2° gentile e leggero ossia corinzio: 3° temperato di mezzo fra questi due ossia ionico; e la ragione è che la natura non ha che questi tre gradi, di complesioni e temperature. Quindi il toscano, il romano o composito non sono che varietà dè suddetti secondo che le loro simmetrie tengono più al carattere dell'uno che dell' altro. Simile impronta diedero i greci ai loro ordini con tal grazia ed eleganza, che non fu mai arrivata da altri popoli: e però è giusto, che si conservino le denominazioni originali e primitive, posciacchè le modificazioni fatte in seguito non hanno aggiunto alcun che d'importante alla loro bellezza.

Narrano che in epoca remotissima Doro facesse a caso un tempio a Giunone in Argo, che fu poi imitato nelle altre città dell' Acaja. Avendo gli Ateniesi condotte tredici colonie nell' Asia sotto l' imperio di Jono cacciarono, i Carii e Lelegi, e nominarono quella regione Jonia dal loro duce. Ivi fabbricarono alcune città e tempii come videro in Acaja, ma non ricordando le simmetrie delle colonne, e volendo che pur fossero bastanti a sostener pesi, e dassero lodata bellezza all' aspetto del tempio di Apollo Panonio, dicono che ne togliessero le misure dalla pianta dell' uomo, e che in questo modo dassero proporzione e fermezza conveniente alla colonna, che dissero dorica dai loro inventori. Raccontasi inoltre, che volendo alzare un tempio a Diana ne togliessero le ragioni dalla scioltezza femminile, e che le volute le scanalature, e le altre parti avessero somiglianza agli ornamenti delle matrone. Così affermano, che la sveltezza del corinzio fosse tolta dalla gentilezza e leggerezza delle vergini, derivando l' invenzione del suo capitello da un caso singolare. Poichè dicesi, che Callimaco elegante e sottile dell'arte, dato l' occhio ad una canestra posata sopra una pianta di accanto presso la tomba di una vergine, vedesse svillupate le tenere foglie in maniera tanto vaga e nova, che ne togliesse ad imitare quella disposizione, e ne dasse ai corinzii la colonna e il capitello di questo nome. Comunque sia di queste narrazioni dirò bene che si fece e si è fatto lungo studio sugli ordini: che ne scrissero ampiamente i greci, i cui scritti sono perduti: che ne scrissero i romani per oper ra di Vitruvio, e che i moderni ci lasciarono moltissimo di questa materia. Ma è pare che il più elegante e giusto sentimento sia tuttora quello, che ci venne dai greci, come favoriti dal cielo, e più vicini all'origine delle cose.

Avendo io lungamente considerato sugli ordini delle meravigliose opere antiche, che ancor ci rimangono; avendo ricercate le ragioni dei medesimi nelle fabbriche più lodate del risorgimento delle arti; avendo studiate le opinioni dei più celebri maestri sui loro scritti, mi è venuto di trovare certe proporzioni generali e semplici, le quali si uniformano ai più famosi monumenti, e conciliano le diverse opinioni dei più riputati scrittori ed architetti. E queste sono le seguenti:

Dorico	2. diametri al basamento o stilobate 6. —— alla colonna compreso il capitello 2 —— alla trabeazione, che rimane perciò di $\frac{1}{3}$ come si voleva dai più $2\frac{1}{2}$ —— all' intercolunnio, che si avvicina all' *Eustilo* dei greci, che Vitruvio disse di maniera bella ed elegante.
Jonico	$2\frac{1}{2}$ diametri al basamento 8. —— alla colonna con base e capitello 2. —— alla trabeazione, che resta di $\frac{1}{4}$. come si conviene al carattere dell'ordine 2. —— all'intercolunnio, ossia meno del dòrico, perchè i fusti alzandosi sono più deboli, e però hanno ad essere più frequenti. E con tale distanza si forma quell' intercolunnio, che i greci chiamarono *Sistilo*.

	3. diametri allo stilobate o basamento
	10. —— alla collonna con base e capitello
	2. —— alla trabeazione, che risulta di $\frac{1}{5}$
Corinzio	della colonna
	$1\frac{1}{2}$ —— all' intercolunnio detto *picnostilo* dai greci, che è il più frequente presso gli antichi.

Il tutto come si vede più presto nella seguente tabella, e meglio alla fig. 120.

Ordine	stilobate	colonna	trabeazione	intercolunnio
Dorico	diametri 2.	diam. 6.	diam. 2.	diam. $2\frac{1}{2}$
Jonico	—— $2\frac{1}{2}$	—— 8.	—— 2.	—— 2
Corinzio	—— 3.	—— 10.	—— 2.	—— $1\frac{1}{2}$

Per le quali generali simmetrie risulta, che lo stilobate rimane proporzionale all' eltezza della colonna. Ogni altra ragione mi pare, che s' impadronisca troppo del fusto se troppo alto, o che rimanga sagrificato e la colonna troppo signoreggi se troppo basso. Ed ecco perchè ho posti in scala di proporzione aritmetica colla differenza di $\frac{1}{2}$ anche i basamenti, cioè come 2. $2\frac{1}{2}$. 3. Le colonne hanno il facilissimo rapporto aritmetico di 6. 8. 10 colla differenza 2. Alle trabeazioni ho dato sempre 2. diametri col quale semplicissimo e costante rapporto ho potuto nondimeno variare socondo il carattere di ogni ordine, risultandomi come si è detto la trabeazione del dorico $\frac{1}{3}$, del ionico $\frac{1}{4}$, del corinzio $\frac{1}{5}$ dell'altezza totale della colonna.

Gli *attici*, che sono què muri quasi parapetti che sovrastanno alla trabeazione, hanno misure più variabili secondo i casi particolari; tuttavia per una norma generale possono seguire quella dei basamenti.

A compiere questo generale prospetto degli ordini manca di stabilire alcune suddivisioni, che vado a descrivere, e che si possono vedere nella citata fig. 120.

Dorico. Il dorico non avrà base, come di sua natura e carattere. Il capitello sarà $\frac{1}{3}$ del diametro. La trabeazione sarà divisa così, che l'architrave sia $\frac{3}{4}$ di diametro, il fregio $\frac{3}{4}$, e la cornice $\frac{1}{2}$ diametri.

Jonico. Quest'ordine aurà la base di $\frac{1}{2}$ diametro col plinto, ma se il plinto sarà tutto continuato in una linea, come fecero i greci, l'ordine acquisterà più grazia, la base sarà più naturale non importando in questa parte dove si abbia un basamento. Il capitello sarà $\frac{2}{3}$ di diametro senza la tavoletta, la quale sarà secondo il solito. Vi ho fatto un'ornamento tra il collarino e l'ovolo per toglierci quella troppa gravità, che non si addice ad un'ordine temperato fra il robusto e il gentile. È pare che anche i greci si accorgessero ben presto di questa mancanza, che vi fecero un fregio ornato, come veggiamo nella maggior parte dei loro capitelli ionici. Io sarò dunque scusato dalla ragione, dall' autorità e dall' uso antico, che sono le tre basi fondamentali del gusto, se ho composto un capitello di di queste proporzioni e di tal foggia. L' ho fatto anche più volentieri, perchè essendo $\frac{2}{3}$ di diametro è il vero medio tra il dorico di $\frac{1}{3}$ ed il corinzio di $\frac{3}{3} = 1$ diametro, come vedremo, e come dev'essere. L' architrave, il fregio e la cornice di quest' ordine saranno eguali, cioè $\frac{2}{3}$ di diametro. Così mi rimane la trabeazione più grave della corinzia, e più delicata della dorica, cosa ch' io non avea mai osservato nei cornicioni del ionico, tranne varii esempii degli antichi greci, perchè tenevano sempre ad una maniera corinzia, che non è la sua propria. E se queste ragioni saranno giuste e ricevute dagli architetti spero di aver modificate le simmitrie generali di quest' ordine.

Corinzio. La base sarà come nel ionico di $\frac{1}{2}$ diatro, il capitello di un diametro senza la tavoletta, che dev'essere di $\frac{1}{8}$. La trabeazione sarà divisa così, che l'architrave sia di $\frac{4}{6}$ di diametro, il fregio di $\frac{3}{6}$; la cornice $\frac{5}{6}$; e tutta insieme sarà la più suelta.

La rastremazione, ossia diminuzione della colonna nel sommo scapo, sarà di $\frac{1}{6}$ in tutti gli ordini: dovrebbe a rigore accrescere, quanto più l'ordine ingentilisce, ma coll' ingentilirsi si alza, e allora si accresce per effetto della distanza del sommo scapo dall'occhio, ossia della prospettiva. Io pongo che siffatta rastremazione cominci ad 1 diametro di altezza nel dorico, a 2 diametri nel ionico, a 3 nel corinzio, scostandomi in ciò dalla regola dei trattatisti, che la principiano al terzo. Poichè anche questo profilo della colonna o *fusatura* come dicono, deve seguire la natura degli ordini, più ferma nel dorico, più mossa nel corinzio, ed un medio fra questi estremi nel ionico; e colle prescritte altezze stimo di ottenere un tale intento. Io non sono già dell'opinione di coloro, che oggidì rastremano la colonna da capo a fondo con una retta, perchè ho veduto per moltissimi esempii di fabbriche moderne in Londra, Parigi e varii luoghi d' Italia, che siffatte colonne sono dure. Quindi ho trovato, che aveano ragione gli antichi di profilare la colonna coll' *entasi*; i moderni colla rastremazione al terzo, perchè ho osservato, che le colonne fanno miglior effetto. Ignorandosi la natura dell' entasi, che Vitruvio ci promise al cap. 2. del lib. 3. senza esserci pervenuta, io proporrei una pratica semplicissima di usare una riga sottilissima lunga quanto la colonna, adattarla alla parte dritta a piombo, indi piegare la parte superiore, finchè l' estremo giunga a toccare la suprema diminuzione. In questo modo la colonna prenderà una dolce curvatura pel lungo, che le darà molta grazia, e tal pratica piacque molto al Palladio.

Nella seguente tabella darò tutte le proporzioni discorse di sopra intorno alle suddivisioni, e così si avrà coll' altra quanto occorre per impiantare un' ordine qualunque comedimostra la fig. 120.

Ordine	base	capitello	architrave	fregio	cornice
Dorico	diam. o.	diam. $\frac{1}{3}$	diam. $\frac{3}{4}$	diam. $\frac{3}{4}$	diam. $\frac{1}{2}$
Ionico	—— $\frac{1}{2}$	—— $\frac{2}{3}$	—— $\frac{2}{3}$	—— $\frac{2}{3}$	—— $\frac{2}{3}$
Corinzio	—— $\frac{1}{2}$	—1 = $\frac{3}{3}$	—— $\frac{4}{6}$	—— $\frac{3}{6}$	—— $\frac{5}{6}$

E con tutto ciò penso di essermi espedito delle generale proporzioni. Mi resta solamente da desiderare, secondo che io giudico, che si faccia un nuovo Vignola o corso elementare concepito come segue: 1°. che abbia li tre ordini dorico, ionico, corinzio formati delle generali proporzioni suddette, come le più semplici e le più conformi al buon effetto di quante altre io mi conosca: 2°. che le cornici siano sminuzzate in parti e modinature confacenti al carattere rispettivo degli ordini, rammentando què generali principii che esponemmo ai §. 60. 61. 62. 63. 64. 65: 3°. Che accanto ad ogni ordine, come a parallelo, vi siano riportati in misure tre dè migliori esempii scielti con una certa acutezza e finezza d' ingegno tra le opere più belle della Grecia, di Roma, e d' Italia nel 1500, in quelle epoche, che si dicono comunenemente i secoli di Pericle, di Augusto e dei Medici, perchè questi ci daranno per ogni ordine tre varietà delle più belle e leggiadre simmetrie, alle quali è pur lecito di scostarsi secondo i casi particolari per servire o al bisogno, o all eleganza. Ma questa libertà di mutare le generali proporzioni, che si accorda al solo genio dell' artista, non può oltrepassare i giusti confini. Quindi non si potranno dare ad un ordine le proporzioui di un' altro senza mentire e tradire il carattere dell' ordine medesimo. Così a cagion d'esempio si potrà bensì fare un dorico di 5, $5\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, fino a 7 diametri di altezza, ma non si dovrà mai entrare nelle simmetrie del ionico. Quindi non so, come siasi sconsideratamente proposto da alcuni ad imitazione e modello il dorico del teatro di Marcello, che per essere di otto diametri di altezza fuori del suo carattare di gravità mi sembra più presto un falso ordine ionico, non altrimenti che si accusarebbe di gravissimo fallo quel dipintore, che avesse fatto un Ercole colle proporzioni dell' Apollo. Che se l' architetto ebbe pur d' uopo dell' altezza di 8. diametri, come può avvenire in molte occasioni di pratica, allora dovea usare il ionico essendo entrato nelle sue ragioni, o dovea soccorrersi con qualche bello artificio architettonico, che non turbasse le naturali misure del dorico. Tale podestà di variare dentro gli accennati limiti è più che sufficiente a qualunque caso particolare, e chi intenderà bene le simmetrie, e saprà bene applicarle, si può asserire francamente, che farà opere meravigliose.

223. *Proporzioni e misure del corpo umano.*

Parecchii modi sonosi usati dagli artisti nella misura del corpo. Vitruvio (lib. 3. c. 1.), che è il più antico, ci lasciò scritto „ che la natura in tal modo ha composto il corpo dell'uomo, che la faccia presa dal mento alla radice dei capelli fosse la decima parte, e che tanta fosse la palma della mano dalla giuntura del nodo alla punta del dito di mezzo: che tutta la testa dal mento alla sommità fosse l'ottava parte, il piede la sesta, e il cubito come il petto la quarta: che la fronte, il naso, e la parte fra le narici e il mento fossero eguali ad un terzo della faccia: e che in simil modo anche le altre membra avessero convenienti e proporzionate misure, le quali per essersi usate dagli antichi pittori, e statuarii ne hanno riportate grandi ed infinite lodi „. Però è che vedendosi la testa, la faccia, e il piede essere parti aliquote del corpo presero or l'una or l'altra per modulo. Quelli che presero per unità la testa fecero la divisione del corpo umano come si vede alla fig. 76. cioè

Dalla sommità del cranio	al mento ————	teste 1.
————————	alle mammelle ————	2.
————————	all' ombellico ————	3.
————————	alla divisione delle coscie —	4.
————————	alla metà del a coscia ——	5.
————————	sotto la rotella del ginocchio	6.
————————	sotto le polpe ————	7.
————————	alla pianta dei piedi ———	8.

Morghen e Volpato col riscontrare le antiche statue hanno osservato, che queste ragioni non sono costanti, come non lo debbono essere per la diversità dei caratteri.

Avendo divisa la testa in 12 parti, ed ogni parte in sei minuti hanno trovato che

	teste	parti	minuti
l'Ercole di Glicone detto di Farnese è di	8.	3.	$3\frac{1}{2}$
l'Idolo di Campidoglio ————	7.	6.	$1\frac{1}{2}$
l'Apollo di Belvedere ————	8.	1.	4.
l'Apollino di Firenze ————	7.	8.	$4\frac{1}{2}$
la Venere de'Medici ————	7.	7.	3.
il Colosso di Fidia a Monte Cavallo —	8.	7.	3.

E vedesi quest'ultima statua di molto avanzare le comuni ragioni, senza che la figura apparisca troppo svelta. Ad imitazione della medesima si è eretto alla gloria del duca di Wellington il collosso di Achille dalle dame di Londra, ma perchè si è voluto stare con troppo rigore alle generali proporzioni di otto teste l'artista non ha ottenuto il suo effetto, ed appare grossolano e tozzo, perchè non ha conosciuto quello, che conoscevano eccellentemente i nostri antichi, cioè le gradazioni dell'aria, delle altezze e delle situazioni locali, ch'essi chiamavano *temperatura*.

Alcuni parendogli, che il corpo umano si accosti più presto alle sette che alle otto teste, hanno diviso il corpo in 10. faccie, prendendo così per modulo la faccia medesima, che rimane naturalmente suddivisa in tre parti eguali, onde tutta l'altezza della figura viene ad essere di 30 parti, con che rimane più facile e più spedita la misura. Quindi numerando nella testa quattro parti eguali, la 1ª. dalla sommità alla radice dei capelli, la 2ª la fronte, la 3ª il naso; la 4ª dalle narici al mento, hanno fatto

la testa di ———	faccie	$1.\frac{1}{3}$
il collo ———	„	$0.\frac{1}{3}$
dalla fontanella della gola al basso delle mammelle	„	1. —
da questo punto all'ombellico una testa, ossia —	„	$1.\frac{1}{3}$
dall'ombellico al basso ventre lo stesso ———	„	$1.\frac{1}{3}$
dal basso ventre alla rotella del ginocchio una testa ed una faccia ———	„	$2.\frac{1}{3}$
da questo punto alla pianta dei piedi lo stesso —	„	$2.\frac{1}{3}$
	in tutto faccie	10.

con che la figura risúlta di sette teste e mezzo.

Il pollice nella mano, e nel piede è lungo quanto il naso, ossia un terzo della faccia. L'omero ossia dalle spalle al gomito ha la lunghezza di due faccie, e lo stesso è il cubito ossia dal gomito all'origine del dito minore. La mano come dicemmo è una faccia, ed il piede la sesta parte del corpo.

Egli è ben difficile di determinare con precisione e generalità la larghezza delle membra, perchè essa è varia secondo le attitudini del corpo, e i caratteri delle figure. Tuttavia la distanza degli occhi è un'altr'occhio, e tanta è la larghezza delle narici. La fossetta o fontanella della gola coi centri delle mammelle formano un triangolo equilatero. Da detta fontanella all'estremo delle spalle una testa per parte. Il petto è largo due faccie, il polso un naso.

Applicazioni alla Topografia.

224. La *topografia* è quella parte di geometria applicata alla misura di grandi estensioni, al modo di rappresentarle per mezzo di proiezioni orizzontali o verticali, e secondo la loro posizione col mezzo di colori e di ombre con segni di convenzione. La misura dei campi, dei grandi fabbricati, qualche volta delle provincie e delle città, e il modo di esprimerle in disegno formano oggetto della topografia. Se le proiezioni sono orizzontali i disegni che si fanno si chiamano *carte* o *mappe topografiche*: se le proiezioni sono verticali si chiamano *profili* o *sezioni*, ed appartengono propriamente alla livellazione, di cui si è trattato superiormente.

225. Quando la misura riguarda una porzione della superficie terrestre anche più estesa, allora questa parte di geometria si chiama *Geodesìa*, ed ha per oggetto di determinare esattamente i principali punti delle carte geografiche dei piccoli e grandi stati, col mezzo di un istrumento che chiamasi *teodolite* o *circolo ripetitore*, che misura gli angoli e tanto più esattamente quanto più si moltiplicano le osservazioni. Ma siccome questa parte richiede il sussidio di cognizioni più elevate della trigonometria e dell'astronomia, così ci limiteremo a parlare della sola topografia.

226. Gl'istrumenti che servono all'elevazione delle carte topografiche sono lo squadro agrimensorio, il quadrante, il grafometro, la bussola, e la tavoletta geometrica detta *pretoriana*, che raccoglie i vantaggi di tutti i precedenti. A ciascuno di questi istrumenti deve unirsi una *catena* di ferro, che è ordinariamente lunga 5. o 10.

metri, ciascuno de' quali è distinto da un' anello di ottone. Ogni metro è suddiviso in cinque parti ciascuna delle quali rappresenta il doppio decimetro. Innanzi d' usarla è d' uopo che sia verificata, osservando che abbia circa due centimetri di più, i quali si perdono nella misura essendo impossibile di stenderla in perfetta linea retta, nè si deve cercare una sì perfetta tensione, che metterebbe al pericolo di rompere gli anelli. La catena è sempre fornita almeno di 10. chiodi detta *muta* o *portata*. Allorchè si misura una linea retta tracciata con palline, il canneggiatore (che così si chiama l'uomo che misura con questo istrumento), che marcia davanti pianta un chiodo in terra quando la catena è sufficientemente tesa. L'altro che viene appresso, mentre avanza la misura, lo raccoglie. Finita la misura si contano i chiodi che tiene il secondo canneggiatore (che è quello che cammina appresso) se la linea è meno di una portata ossia di 10. catene. Che se è più lunga dovrà il secondo canneggiatore, continuando l'operazione, aver restituita al primo la muta dei chiodi, che entrerà nel computo della misura. Le pertiche di due o tre metri d' ordinario unite alla catena si usano anche in luogo della medesima, quando le linee da misurarsi siano corte. Le catene e le pertiche saranno di palmi o piedi invece di metri, quando la misura si voglia in palmi o piedi.

227. *Qualunque sia la giacitura di un terreno l' estensione del medesimo deve determinarsi dalla proiezione icnografica all' orizzonte.*

Difatti il valore di un fondo dipende dall' utile che uno può ricavarne col ridurlo a coltura di piante o destinarlo ad edifici. E tanto le piante, che le fabbriche si ergono verticalmente all' orizzonte, sicchè nell' ampiezza del suolo non ne possono capire più di quello, che se ne contengono nella sua proiezione orizzontale. Dunque ec.

228. *Misurare una superficie libera di suolo colla sola catena.*

Si divida la superficie in triangoli, trapezii, parallelogrammi e figure regolari come tornerà meglio, e come si è detto al §. 141. Indi percorrendo colla misura la fondamentale si dirigano agli angoli opportunamente delle perpendicolari a detta fondamentale, che si misureranno similmente, e quadrando le varie figure coi principii stabiliti nella planimetria si avrà colla somma delle aree parziali quella della superficie totale.

229. Si dirigono facilmente agli angoli le perpendicolari ponendo sulla catena tesa una pertica a perfetta croce; al che l' occhio in poche volte ne diviene bastantemente esperto, e misurandole si avrà attenzione di tener sempre in giusta direzione le pertiche e la catena. Ancorchè non riescano esattamente normali, la poca obbliquità non può portare che un errore trascurabile.

230. Le perpendicolari si possono alcune volte considerare come nuove fondamentali, specialmente ove si presentano molti accidenti che hanno bisogno di esser rilevati, alzando alle medesime altre normali, ed in tal modo si può avere la superficie del terreno, ancorchè il perimetro sia curvilineo. In tutti i casi converrà sempre formare un abozzo dell' area da misurarsi notandovi la disposizione delle fondamentali e delle normali, e le rispettive misure. È bene avvertire che le fondamentali siano vicine più che sia possibile al perimetro, perchè le perpendicolari siano corte.

231. Quando si voglia una misura più rigorosa si decomponga la figura in triangoli, e se ne misurino i lati. Indi per ciascun triangolo si usi la seguente regola che si dimostra nella geometria superiore. Si moltiplichino insieme il perimetro, e tutte le differenze del perimetro stesso e ciascun lato, la radice di tal prodotto sarà l'area richiesta: talchè se dicasi p il perimetro, a, b, c i lati del triangolo; l'area sarà espressa da $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Comunque questa formola sia semplicissima essa è per altro brigosa di calcolo, quando si tratta di molti triangoli, e non è esattissima, quando il perimetro sia curvilineo, nel qual caso tornerà utile il metodo precedente, principalmente dove non si richiegga molto scrupolo.

Dello squadro.

232. Prima di usare nella misura lo squadro è d'uopo di assicurarsi della sua esattezza risolvendo il seguente problema.

Verificare se lo squadro agrimensorio sia esatto.

Si pianti verticalmente lo squadro in un punto S (*fig.* 22. *tav.* II.) e si traguardi per due contrarie fessure un'oggetto posto in B alla distanza circa di 100 metri. Per le altre fessure si traguardi similmente l'oggetto C. Indi si faccia rotare lo squadro sul suo piede, finchè per le ultime fessure si rivegga l'oggetto B. Se per le prime rivedremo l'oggetto C sarà segno che le linee dei traguardi sono ad angolo retto, e che l'istrumento sarà esatto.

233. *Misurare collo squadro agrimensorio la distanza fra due punti uno de' quali sia inaccessibile.*

Vogliasi la distanza del punto D (*fig.* 104.) al punto inaccessibile C. Si prolunghi con paline la visuale DC fino in B, e s'innalzi collo squadro la perpendicolare DA lunga per esempio per 48. metri. Si trasporti l'istrumento in A, e si traguardi per due fessure opposte in C. Per le altre si vedrà un punto B. Si misuri la BD, e suppongasi eguale a 24 metri. Indi per mezzo della proposizione del §. 192. si faccia.

$$BD : DA :: DA : DC$$

e si troverà $DC = \frac{\overline{DA}^2}{BD} = 96$ metri.

Questo metodo potrebbe servire a rilevare la larghezza di un fiume, di uno stagno, o la distanza di un'oggetto come una torre od altro, che fosse posto al di là.

234. Ma se siano i punti inaccessibili fra loro, come A, B *fig.* 121. si potrà anche senza lo squadro determinare la loro distanza. Perchè si scelga un punto C da cui siano entrambi visibili. Si misurino i lati AC, CB, e sui loro prolungamenti si prendano due lati CE, CD che siano parti proporzionali o aliquote di AC, CB. Indi si misuri la DE, e col §. 187. si troverà la distanza AB.

235. *Collo squadro agrimensorio rilevare la pianta di un terreno, o di uno spazio qualunque.*

Sia ACEGHL (*fig.* 97.) il terreno da misurarsi. Si tracci con paline una fondamentale AF, che dicesi anche base o direttrice. Si percorra sulla medesima colla misura, e si pianti lo squadro dove si scorge ad occhio che la perpendicolare alla base possa dirigersi agli angoli. Si misurino queste perpendicolari, e segnate le misure sulla matrice, nel resto si proceda come al §. 228.

236. Se una sola base non basta si traccierà come alla (*fig.* 122.) prima una fondamentale SP, colla quale si rileverà il perimetro LMOB. Indi portato lo squadro in P si tracci una seconda direttrice PE perpendicolare a PS, e colle solite normali o ad occhio se son corte, o collo squadro se sono lunghe si rileverà il perimetro BCDE. Posto lo squadro in E si delinearà la base ER perpendicolare alla PE e con essa si avrà il perimetro EFG. E colla GH normale ad RG si avrà GIH, e così di seguito, finchè per ultimo si avrà tutta la figura decomposta in rettangoli, trapezii, e triangoli, che colle misure notate darà quanto occorre per averne l'intera misura.

237. Questa pratica è molto in uso presso gli agronomi, ed in molti casi è assai spedita trattandosi di superficie prossimamente piane, giacchè le montuose offrono ostacolo nella prolungazione delle direttrici, perchè le disuguaglianze del suolo impediscono la veduta delle paline ancorchè vicinissime.

238. Sopra lo squadro vi è una bussola, colla quale fatta la correzione dell'ago magnetico, come diremo, si può notar l'angolo che fa il meridiano del luogo colla direttrice, ossia orientare la mappa.

Della Bussola e suo uso.

239. Consiste la *Bussola* in una scatola quadrata del lato di circa un palmo romano, l'interno della quale è fornito di un circolo ONES di metallo diviso in 360°, co-

me dimostra la figura 123., od in 400° secondo la moderna divisione. Nel fondo vi è segnata una stella a quattro raggi disposti ad angolo retto, e paralleli ai lati della scatola. Agli estremi di questi raggi sono poste le iniziali dei quattro punti cardinali *Nord*, *Sud*, *Est*, *Ovest*, cioè tramontana, mezzodì, oriente, ed occidente. (*a*). Nel centro si alza un perno a punta acutissima su cui rimane equilibrato un ago calamitato *hi*. Parallelamente alla linea NS di Nord-Sud vi è fermato una dioptra AB o traguardo mobile d'alto in basso intorno al punto C, per vedere facilmente i punti fuori del piano di livello. Questo traguardo è una specie di tubo quadrangolare agli estremi del quale è un foro munito di una piccola punta verticale di ottone, come si vede in MN. Applicando l'occhio in A, ed essendo la bussola orizzontale bisogna dirigere il traguardo all'oggetto inclinandolo intorno a C, finchè la punta opposta colpisca l'oggetto medesimo. L'asse del traguardo, ossia le punte estreme devono essere in una linea perfettamente parallela alla linea di Nord-Sud. Il disotto della scatola è fornito di un pezzo a nodo, come dicono a ginocchio, ed atto a posarsi sopra un trepiede su cui può girare liberamente, come alla (*fig.* 124.) Si osserverà in questa che la dioptra è a canocchiale nei casi, ne' quali si debbono mirare gli oggetti molto lontani. Nell' interno del canocchiale vi sono due fili in croce che si tagliano nella direzione dell'asse, e servono a puntar meglio gli oggetti osservati. La bus-

(*a*) Si riconoscono facilmente i punti cardinali per mezzo della *stella polare*, ch'io vi feci trovare in cielo coll' aiuto dell' *Orsa maggiore*. Rivolgendo la faccia al polo, a mano dritta si avrà levante, alle spalle mezzodì, alla sinistra il ponente.

sola è coperta di un cristallo fermato con un circolo di filo d'ottone per difendere l'ago dalle agitazioni del vento. In D (*fig.* 123.) vi è applicata una molla che solleva l'ago e lo ferma contro il cristallo, la cui distanza è tanta che rovesciando la bussola l'ago non può uscire dal perno. È necessaria questa cautela, perchè movendosi continuamente coll' attrito si verrebbe a togliere ben presto all'ago quella sensibilità di movimenti tanto necessaria per marcare l'esattezza degli angoli. Quindi la punta del perno è acutissima, ed il capelletto fissato nel centro dell'ago si fa di agata o di altra pietra dura.

240. L'uso di questo istrumento è fondato sulla mirabile proprietà, che ha l'ago calamitato di rivolgersi costantemente verso il Nord. Quindi girando l'istrumento, e trasportandolo da una stazione ad un altra si mantiene sempre in una linea parallela, a causa dell'immensa distanza a cui s'incontrerebbero le sue direzioni. Dopo ciò si vede che collocando una bussola in A (*fig.* 125.), e traguardando ai punti B, C, D, E, F, si possono avere cogli archi *Nc*, *Nd*, *Ne*, ec. il numero dei gradi, che si leggerà sulla bussola, e quindi le misure degli angoli, che fanno i punti B, C, D ec. colla linea NS dell'ago, che rimane costante al girar della bussola. Onde conoscendo questi angoli, e le distanze dei punti osservati dal centro della stazione, con un semicircolo graduato simile a quello descritto al §. 49. si potrà costruire in carta facilmente una figura che offra la posizione relativa e simmetrica dei punti suddetti.

241. Ad intender bene l'uso di questo istrumento è necessario conoscere alcune proprietà singolari dell'ago. La direzione che prende l'ago calamitato è prossimamente quella di Nord-Sud. Chiamasi *Meridiano vero*, o piano del mezzo giorno, quel piano verticale che passa pel vertice dell'osservatore, e i punti veri di settentrione e di mezzodì. Si dice *meridiano magnetico* quel piano che passa per la direzione *hi* (*fig.* 123.) dell'ago calamitato ed il vertice dell'operatore. Non essendo la direzione dell'ago perfettamente su quella di Nord-Sud ne viene, che queste due linee fanno un'angolo fra loro, che chiamasi *declinazione magnetica*. Questa declinazione è variabile da luogo a luogo, ma col tempo anche nello stesso luogo, e dicesi *orientale* se l'ago declina verso oriente; *occidentale* se verso ponente. Nel 1664. a Parigi era orientale. In quel medesimo anno divenne zero ossia il *meridiano magnetico* coincideva col *meridiano vero*. Nel 1802 fu trovata occidentale declinando 22°. 3'. Presentemente è pure occidentale di 22°. 20'. A Roma nel 1819. era occidentale di 16°. 30'. Adesso è parimenti occidentale di 18°. È ignota affatto la legge di queste variazioni di declinazione tanto riguardo ai luoghi quanto ai tempi. Ma qualunque essa sia non può influire sull'uso dell'ago, perchè non sono sì istantanee da portare alterazione in un medesimo luogo durante l'operazione di un giorno.

242. Non è questo il solo fenomeno a cui va soggetto un ago calamitato. Se si prende un ago cilindrico di acciaio, e si sospende orizzontalmente in equilibrio sopra un perno: di poi gli si comunica la virtù magnetica col mezzo della calamita ad una delle sue punte

si vedrà perdere il suo stato di quiete, e la punta opposta inclinare verso il suolo, finchè prende una determinata posizione, che fa angolo coll'orizzonte conosciuto sotto il nome *d'inclinazione magnetica*. Anche quest'angolo è variabile secondo i luoghi e i tempi sebbene meno considerabilmente della declinazione. Nell'anno 1775 era a Londra di 72°. 30', e nell'anno 1805 di 70°. 21'. A Parigi presentemente prende un'inclinazione di circa 68°. 25'.

Per distruggere questa proprietà i fabbricanti degli aghi rendono più pesante la punta che si eleva dopo avergli comunicata la calamita. È in questo modo che posati sul loro perno si possono avere dentro alle bussole in uno stato orizzontale, e tali bussole si chiamano perciò di *declinazione* per distinguerle dalle altre che si dicono *d'inclinazione*.

243. Un'altro fenomeno fu osservato dal Cassini, e sono le oscillazioni diurne, per cui l'ago ora si avvicina ed ora si allontana al meridiano vero nello stesso giorno. La massima declinazione si ha fra mezzogiorno e le tre ore pomeridiane, dopo di che rimane alcun poco stazionario, finchè alle otto della sera succede il maggiore avvicinamento al meridiano. Resta poi stazionario per tutta la notte e nella mattina appresso torna ad allontanarsi, e così con perpetua vicenda. Le più grandi oscillazioni osservate a Parigi succedono ne'mesi di aprile, maggio, giugno e luglio fra li 13'. e 16'; le più piccole nel resto dell'anno fra gli 8', e 10'. Dal che si vede che essendo in ogni modo assai deboli alla giornata possono trascurarsi del tutto nelle operazioni. Le punte dell'ago si dicono *poli*, e quello rivolto al

Nord i fisici lo chiamano *australe*, e l'altro *boreale* per indicare che nella sua posizione naturale si trova in istato contrario ai poli del globo.

244. Le qualità necessarie perchè un ago si possa dir buono alle bussole di declinazione sono le seguenti: 1°. Dev'esser leggiero più che sia possibile, perchè l'attrito contro il perno sia il minore possibile, affinchè prenda più facilmente la sua vera direzione: 2°. Che la forma dell'ago sia di una romboide allungata o specie di freccia essendo stato osservato, che avrà più attività di quelli formati a sbarre quadrate o cilindriche. 3°. Che l'acciaio sia di tempera dura, perchè è ben vero che più difficilmente vi si comunica la virtù magnetica, ma è altresì vero che più lungamente la conserva. 4°. Che sia della lunghezza di circa tre quarti di palmo, che dà modo di applicarsi ad un circolo graduato abbastanza esteso per rendere ben chiare le divisioni dei gradi. 5°. Che il polo australe ossia la punta diretta al Nord sia tinta in violetto per poterla riconoscere e distinguere dall'altra.

245. Prima d'indicare il modo di usare la bussola nei rilievi di terreni, fabbriche, od altro, è bene di notare le seguenti avvertenze che si debbono tener di vista nell'uso di questo istrumento; e primieramente nell'impiantare la bussola in una data stazione conviene osservare se intorno vi sia ferro o materie ferruginose che disturbino l'azione dell'ago calamitato. Per la stessa ragione l'operatore nel leggere i gradi deve allontanare da se qualunque oggetto di ferro che possa avere sopra se stesso o intorno. 2°. Bisogna assicurarsi della sensibilità dell'ago, il che si fa col girare la bussola, e coll'osservare se rimanga stazionaria, oppure appressarvi qualche cosa di ferro, e vedere

se si mostra sensibile nell' accostarsi e nel ritirarsi. 3°. Assicurarsi dell' esattezza dell' istrumento col dirigere la dioptra a due oggetti opposti sopra una direzione ben retta. Se girando la bussola per una mezza rivoluzione si avranno sempre gli stessi angoli sarà segno che è esatta. 4°. Riprovare ad ogni stazione se l' ago non sia stato turbato da cause nascoste ed incognite nelle stazioni precedenti traguardando uno de'punti osservati, da cui si deve avere il medesimo angolo, come si noterà in seguito. 5°. Nel piantare l' istrumento si deve fare in modo, che il centro della bussola cada a piombo sul punto corrispondente della stazione, e che la bussola sia orizzontale. 6°. Non leggere gli angoli, finchè l' ago non sia tranquillo, e leggerli sempre dalla medesima parte, cioè riguardando sempre la medesima punta, o polo australe.

246. *Levare colla bussola la pianta di uno spazio poligono.*

Sia ABCDEFG (*fig.* 126.) la figura di una data estensione da elevarsi alla Bussola. Si piantino agli angoli diverse paline, e si collochi sopra il punto A l' istrumento, così che il centro della bussola corrisponda verticalmente al medesimo, ed il suo piano sia orizzontale. Si giri la bussola, finchè la linea NS nel fondo della scatola coincida colla direzione naturale dell' ago, ossia finchè il polo australe in istato di quiete segni zero, indi girando la bussola si traguardi colla dioptra al punto B. Si aspetti che l' ago sia tranquillo nuovamente, e si noti il numero dei gradi, che il polo australe segna sul circolo. É chiaro che questo sarà la misura dell' angolo, che fa il meridiano magnetico col lato AB del terreno. Difatti l' ago avrà conservata la medesima posizione che aveva innanzi di traguardare, e l'angolo che fa la retta AB colla direzione del meridiano magnetico sarà quello stesso, che fa la dioptra coll'ago. Ma come la dioptra è parallela al diametro Nord-Sud del cerchio della bussola, così l'angolo suddetto sarà eguale all'angolo, che fa l'ago coll'indicato diametro, e quindi perfettamente conosciuto col numero dei gradi intercetto fra il polo australe dell'ago, e la punta Nord del citato diametro. Dopo ciò si misuri orizzontalmente la distanza AB, indi sopra un foglio di carta si tracci una retta *na*, che noi riguarderemo come la direzione dell'ago, e col semicerchio graduato si costruisca l'angolo *nab* col numero dei gradi notati sulla bussola, che sarà uguale al dato NAB (§. 51.). Si porti in seguito sull'*ab* la misura trovata in AB in parti di quella scala, che si sarà adottata per questa pianta, ed il punto *b* rappresenterà il punto B, come *ab* la retta AB del terreno. Si faccia dipoi una stazione in B, e come si sa che la direzione BN dell'ago si pone parallela alla precedente, così sulla carta si segni una retta *bn* parallela alla *an*. Ciò posto si traguardi il punto C si noti il numero dei gradi, e si faccia la misura orizzontale BC. Indi col semicircolo graduato si costruisca l'angolo *nbc* di tanti gradi quanti ne son stati letti sulla bussola, e riuscirà per conseguenza eguale all'angolo NBC del terreno. E si ponga in *bc* tante parti della scala quante ne son state misurate sulla BC, ed in *c* sarà rappresentato il punto C del terreno. Si faccia allora una terza stazione, e si operi come sopra, e così si continui facendo il giro del terreno fino ad operazione compita. Allorchè la figura sarà chiusa come nel caso nostro giunti alla stazione G bisogna osservare se nel costruire l'angolo in *g* la direzione *ga* passerà precisamente pel punto *a*. Se ciò avverrà sarà segno che l'operazione è riuscita esattissima, altrimenti vi sarà errore. Per altro se l'errore è piccolissimo, siccome proviene generalmente dal meccanismo degl'istrumenti, così non se ne farà conto, e piuttosto si moveranno tutti i punti della figura a serrarla esattamente, e così ripartirlo egualmente sui medesimi. Ma se l'errore sarà forte, siccome nascerà da sbaglio nell'operazione, così convien retrocedere, finchè siasi ritrovato e corretto.

247. Quando si è presa una certa pratica dell'istrumento non è necessario di fare a stazione per stazione la costruzione degli angoli sulla carta. Basterà notare in un libretto l'abozzo dell' estensione da levarsi, e da parte con numeri di richiamo le misure degli angoli e delle distanze, il che sollecita moltissimo, e rende meno brigosa l'operazione. Siccome per altro le operazioni accadono d'ordinario a notabili distanze dal domicilio dell'operatore, così sarà bene ch' egli non abbandoni il luogo dell'operazione senza avere impiantato tutto il lavoro della pianta: perchè essendovi errore egli sarà più alla portata di correggerlo.

248. Essendo AN parallela a BN ne segue che il prolungamento della direzione dell' AB farà un' angolo OBN uguale all'angolo BAN (§. 76.). Questa proprietà ci somministra il modo di fare quella prova che fu accennata al n°. 4°. del §. 245. Difatti essendo l'istrumento in B traguardando al punto A, sul quale si sarà lasciata una palina, se l'ago non è stato disturbato darà l'angolo NBO uguale all'osservato NAB nella precedente stazione. Dal che si vede, che per assicurarsi dell'operazione giova sempre traguardare ad un punto indietro.

249. È da osservarsi, che fino al punto D si leggeranno gli angoli alla dritta, perchè le direzioni dei lati sono alla destra del meridiano magnetico. Dovranno leggersi in seguito alla sinistra, perchè la direzione dei lati da rilevarsi si volgono alla sinistra del detto meridiano. Giova notare inoltre che i punti e le rette così disegnate sulla carta rappresenteranno assolutamente la proiezione orizzontale dei punti del terreno, e formeranno una figura perfettamente simile. Difatti le misure dei lati si levano orizzontalmente, e i punti si traguardano col riferirli ad un piano orizzontale. Di più sono riportati in una scala comune e proporzionale al vero, e gli angoli fatti in carta sono eguali a quelli che si trovano sul terreno. *Dunque la figura disegnata in pianta sarà una proiezione orizzontale e simile a quella del terreno*, come dev'essere.

250. Il metodo esposto è quello di percorrere sui lati del poligono: ma non sempre ciò è facile ad eseguirsi, nè abbastanza spedito. Dove si abbia un' estensione libera, in cui si possa scegliere una stazione, dalla quale siano visibili ed accessibili tutti o la maggior parte dei punti si potrà servire del metodo indicato al §. 240. di traguardare cioè ai punti dati, di notar gli angoli, e di segnare le distanze della stazione ai punti medesimi. Col semicircolo graduato si potranno costruire i medesimi angoli, e colla scala disporre sui lati le misure delle distanze. Ma quando i punti siano inaccessibili ovvero sia molto brigoso l'uno e l' altro degli esposti metodi si dovrà usare quello così detto *d'intersezione*.

251. *Misurata una base determinare sulla carta la posizione di quanti si vogliono punti del terreno, ancorchè siano inaccessibili.*

Sia LMNOPQR (*fig.* 127.) un terreno da rilevarsi in pianta, li cui punti siano in tutto o in parte inaccessibili. Si scielgano due punti A, B per base dell'operazione. Si stabilisca la bussola in A, e si traguardino i punti B, L, M, ec. del terreno scrivendo sul libretto d'abozzo gli angoli trovati secondo il loro ordine. Si trasporti l'istrumento in B avendo prima misurata e notata la distanza AB; si traguardino i medesimi punti L, M, N, ec. e si notino gli angoli successivi segnati sulla bussola. Ciò basterà per descrivere in pianta i suddetti punti.

Difatti si tiri sulla carta una retta qualunque *ab*, e da un punto *a* qualsivoglia si tiri col semicircolo graduato una retta *an'* che faccia un'angolo *n'ab* eguale all'angolo N'AB osservato nella stazione A. La retta *an'* rappresenterà in carta la direzione dell'ago. Appoggiandosi a questa linea si costruiscono tutti gli angoli *n'al*, *n'am*, *n'an* ec. osservati nella prima stazione. Si prenda poscia sulla scala la misura trovata da A in B, e si trasporti da *a* in *b*; e pel punto *b* si tiri la *bn'* parallela all'*an'*, che segnerà la direzione dell'ago calamitato che passa pel punto della stazione B. Intorno al punto *b* appoggiandosi alla *bn'* si costruiscano gli angoli osservati sulla bussola, allorchè la dioptra fu diretta ai punti L, M, N, O, ec. L'intersezione dei lati degli angoli costruiti intorno al punto *a* con quelli fatti intorno al punto *b* sarà nei punti *l*, *m*, *n*, *o*, *p*, ec. e darà la proiezione icnografica dei punti L, M, N, O, P, ec. del terreno.

252. Se per tutti i punti non bastassero due sole stazioni, non occorrerebbe che misurare una seconda ba-

se, portare l'istrumento ad una terza stazione, e ripetere l'operazione, e così di seguito. In questi casi gioverà riguardare al punto della stazione abbandonata, su cui si lascierà una palina, e se si troverà lo stesso angolo sarà segno, che l'ago non avea sofferto alcuna deviazione. La stessa prova, che è sempre bene di ripetere per evitare gli errori di deviazione, si può fare anche in una stessa stazione traguardando ad uno degli oggetti osservati, e si dovrà trovare il medesimo angolo, altrimenti sarà segno che l'ago ha sofferto alterazione.

253. Non è sempre necessario che la base misurata sia la distanza fra due stazioni: può essere ancora la distanza fra due oggetti osservati. Difatti sia AB (*fig.* 128.) la distanza misurata fra due oggetti orizzontalmente. Si collochi la bussola in C, punto da levarsi in pianta, e si traguardino i punti A, B notando gli angoli NCA, NCB. Siccome è proprietà delle parallele che gli angoli interni dalla medesima parte siano uguali a due retti (§. 74.), così sottraendo da 180° gli angoli osservati N*c*A, N*c*B resteranno cogniti in numero di gradi gli angoli NAC, NBC. Quindi tirata sulla carta una retta *ab*, e determinata la sua lunghezza in scala si segnino due parallele comunque *an*, *bn*, e col semicircolo si costruiscano gli angoli *nac*, *nbc* eguali agli angoli NAC, NBC, e le direzioni *ac*, *cb* andranno a tagliarsi nel punto *c*, che sarà la proiezione icnografica del punto C. Se si avesse un'altro punto vi si trasporterebbe sopra la bussola, e si traguarderebbe a due qualunque delli tre cogniti A, B, C e coll'intersezione de-

gli angoli osservati si troverebbe *il quarto*, e così di seguito.

254. Il metodo del §. precedente può valere a determinare qualunque punto si fosse dimenticato in un dato rilievo, poichè si dovrà oprare precisamente nello stesso modo, cioè trasportare la bussola sopra il punto da rilevarsi e traguardare a due punti già rilevati.

255. Resta per un'ultimo ch'io noti che la bussola è da usarsi in tutti que' casi ne' quali si richiede molta sollecitudine, e non grandissima precisione. Perchè essendo soggetta a molte anomalie è facile ancora l'errare. Dove si richiede poi maggiore esattezza sarà meglio valersi della tavoletta pretoriana, come si spiegherà in seguito. Intanto chi conoscerà bene le proprietà dell'ago calamitato ed i principii geometrici potrà oprar sicuro, superando quelle difficoltà che s'incontrano naturalmente in simili operazioni.

256. *Del Grafometro e suo uso.*

Il *Grafometro* è un'istrumento simile alla bussola, e consiste in un semicerchio di ottone diviso in 180° come quello descritto al §. 49, sul diametro del quale sono situate due dioptre una fissa e l'altra mobile intorno al centro come si vede alla (*fig.* 129.). La grandezza ordinaria del semicerchio è circa di un palmo di diametro. Se sarà più grande avrà le divisioni più minute. Non bisogna per altro eccedere di grandezza, onde non si faccia incomodo a trasporti. Sotto il centro è fissato un pezzo A snodato a ginocchio con un cilindro cavo che serve a posarlo sul suo piede. La linea di mezzo delle dioptre, è il diametro del circolo, e servono insieme a denotare sulla semicirconferenza il numero dei gradi e minuti degli angoli che fanno fra loro le dioptre nelle diverse posizioni. Così le fessure e i fili dei traguardi rispondono perfettamente alle linee di mezzo, onde i raggi visuali si trovino costantemente nella direzione dei diametri.

257. Allorchè le distanze dei punti sono troppo considerevoli, e si voglia operare con quest'istrumento, allora si fa uso delle dioptre a cannocchiale, che avranno nell'interno due fili ad angolo retto, così che l'intersezione cada sull'asse del canocchiale, ed è con essa che si colpiscono con precisione i punti da osservarsi perchè coll'ingrandimento delle immagini, l'occhio può scorgere le più piccole differenze di allineamento. In questi casi il grafometro facendosi più delicato è munito anche di viti che servono ai più piccoli movimenti, e di un nonio col quale si possono aver gli angoli con grandissima precisione.

258. *Il nonio* è un pezzo d'arco (*fig.* 130.) AB diottone concentrico al circolo CD del grafometro, e si move nella parte concava o convessa della periferia in maniera da fare insieme quasi una sola curva nella linea d'unione. Per avere un moto perfetto e di continuo contatto ognuno sente essere di somma necessità una costruzione esattissima e geometrica della periferia e della concentricità del moto tanto in questo che in qualunque altro istrumento nel quale sia d'uopo del movimento di un circolo dentro un'altro. Immaginiamo per un momento che il circolo CD del grafometro sia diviso solamente in gradi. Se ne consideri una parte di cinque gradi, per es. tra il 29°. e il 34° contro la quale si trovi il nonio AB, così che gli estremi di questo coincidano colle linee di divisione. Se il nonio sarà diviso in sei punti si vede subito

che ciascuna di esse sarà di 50', e che quindi la differenza tra il primo grado del nonio ed il 30° del quadrante sarà di 10'; tra il secondo ed il 31° di 20': tra il terzo ed il 32° vi sarà mezzo grado: ec. Da ciò ne segue che se il nonio avanza di 10' il numero 1 di AB coinciderà col tratto del 30° della CD; se di 20' il numero 2 coinciderà col 31°, e così di seguito. Supponiamo ora che il nonio sia collocato agli estremi della dioptra mobile, e che il suo zero corrisponda alla linea di traguardo. È naturale che quando questo coinciderà con una divisione di grado del grafometro non si avrà a notare per l'angolo osservato altro numero di gradi che quello che sarà marcato sul circolo CD. Ma se la coincidenza cadrà col numero 1 del nonio allora si dovrà aggiungere 10'; se col numero 2 si accrescerà di 20' e così di seguito. In questa maniera si avrebbe il grado suddiviso di 10 in 10 minuti, ossia in sei parti. Contuttociò sarà molto raro che succeda la coincidenza delle divisioni del nonio con quelle del semicircolo. Allora si dovrà notare quelle che si avvicinano di più, e si vede subito che l'errore sarà sempre minore di 10'.

259. Se l'arco del nonio prendesse nove gradi e fosse diviso in 10 parti si concepisce subito che la differenza fra i gradi del nonio e quelli del quadrante sarebbe di $\frac{1}{10}$ ossia di 6', e che per conseguenza agli angoli osservati si aggiungerebbe una, due, tre, quattro, ec. volte 6', secondo che il numero 1. 2. 3. 4. ec. del nonio coincidessero colle divisioni dei gradi del semicircolo: e se la coincidenza perfetta non si potesse avere si leggerebbe la più prossima il che ci fa conoscere che l'errore sarebbe sempre minore di 6'. Anzi perchè ad occhio armato di

lente in questo e nel precedente caso si può conoscere una tal differenza, così coll'occhio istesso si potrà apprezzare la metà, e ridur l'errore più piccolo di tre minuti. Ciò sarebbe più che sufficiente all'esattezza dell'istrumento in qualunque operazione comune, ma in opere di maggior delicatezza la divisione del nonio è fatta in modo che l'errore sarà sempre più piccolo di un minuto. Difatti per questi casi il grafometro è diviso almeno in gradi e mezzi gradi. Il nonio prende un'arco di 29 mezzi gradi, ed è diviso in 30 parti ciascuna delle quali vale per conseguenza 29', e può notare uno, due, tre, ec. minuti, secondo che le divisioni del semicircolo coincidono colla prima, seconda, terza, ec. divisione del nonio. Dopo ciò si vede che se la coincidenza non è perfetta l'errore sarà più piccolo di un minuto. Siccome poi una tal differenza è impercettibile e conviene osservarla colla lente così a questo istrumento hanno unito un microscopio che moltiplicandola oltremodo la rende più sensibile.

260. Io ho voluto descrivere questo ingegnoso artificio, col quale si può avere quella suddivisione del circolo che non può dare la meccanica nelle grandezze ordinarie, perchè ora entra nella maggior parte degl'istrumenti geodetici, ed astronomici. Esso è attaccato, ordinariamente agli estremi della dioptra mobile, e per effettuare i movimenti di questa senza scuotere l'istrumento, e sorpassare bruscamente lo scopo si usa di condurla prima colla mano presso a poco in direzione dell'oggetto, e tirarla dolcemente a colpire il punto giusto col mezzo delle viti adattate espressamente all'istrumento. Non si saprebbe quì fare una descrizione minuta di tutte le parti accessorie di un buon grafometro, che sa-

rebbe sempre oscura e difficile a comprendersi senza la vista dell'istrumento. Noterò solamente che queste medesime parti portano delle anomalie alle quali si va incontro al ripetere più volte gli angoli che si osservano facendo fare un' intera rivoluzione alla dioptra mobile, sommando tutti gli angoli osservati al medesimo scopo e dividendo la somma pel nnmero delle osservazioni. È chiaro che gli errori prodotti dall' istrumento e dalla lettura dei gradi resterà così diviso dal numero delle osservazioni ossia sarà tanto più piccolo, quanto sarà più grande il suddetto numero.

261. *Misurare una distanza inaccessibile col grafometro.*

Sia AB (*fig.* 131.) una distanza inaccessibile come se fosse divisa da fiumi, vallate, maree, ec. che si voglia misure col grafometro. Si opera presso a poco come colla bussola. Si scelga una base CD negli estremi della quale siano visibili i punti A, B. Si misuri esattamente e si collochi l'istrumento in C. Si giri il semicerchio, finchè la dioptra fissa ossia lo zero colpisca lo scopo in D, indi si traguardino i punti B, A colla dioptra mobile, e si leggano sul grafometro i gradi e minuti degli angoli fatti dalle dioptre. Si trasporti l'istrumento D e si diriga lo zero al punto C, e si traguardino nello stesso modo i punti A, B notando gli angoli. Indi sulla carta si tiri una retta *cd* che si porrà in scala colla misura trovata sulla CD. Col semicircolo graduato si costruiranno in *c* gli angoli *dcb*, *dca* eguali rispettivamente agli angoli osservati DCB, DCA; ed in *d* gli angoli *cda*, *cdb* eguali a CDA, CBB. Le intersezioni *a*, *b* determineranno la proiezione icnografica dei punti A, B e la retta *ab* determinerà sulla scala la distanza dei punti A, B. Difatti le due figure AB DC, *abdc* sono composte di uno stesso numero di triangoli simili, ed il rapporto che passa fra CD, *cd* sarà quello stesso di AB ad *ab*.

262. *Misurare una data altezza col grafometro*.

L'altezza da misurarsi può essere accessibile ed inaccessibile alla sua base. Sia primieramente accessibile. Si stabilisca in stazione D (*fig.* 132.) l'istrumento, così che il semicerchio sia verticale, e la dioptra fissa orizzontale; il che si fa col mezzo del piombino e del livello a bolla. Si diriga la dioptra mobile al punto A, e si noti l'angolo ACE. Indi si misuri la distanza orizzontale CE, l'altezza del punto E a cui si dirige la dioptra fissa sopra il piede F, e la metà della base BF. Si avrà quanto occorre per costruire una figura simile all'AEBDC da cui colla scala dedurremo l'altezza del punto A sull'orizzontale EC, e se vi aggiungeremo la misura di EF avremo l'intera altezza di AB.

Che se l'altezza sia inaccessibile si collochi come prima in D e si noti l'angolo ACE. Indi si trasporti in H, e si segni l'angolo AIE. Si misuri poscia l'HD orizzontale e l'altezza CD = HI = EF dell'istrumento. Si costruisca in scala un tringolo *aic* simile all'AIC, e dal vertice *a* si cali una perpendicolare *ae* al prolungamento della base *ci*, chè misurata sulla scala darà l'altezza del punto A sull'orizzontale CE, a cui aggiunta l'altezza dell'istrumento si avrà l'intera AB della torre.

263. *Col grafometro misurare un estensione qualunque di terreno*.

L'operazione da farsi è perfettamente simile a quella della bussola, se non che collocato in A (*fig.* 127.) il grafometro si diriga la dioptra fissa ossia il zero alla nuova stazione B. Indi si misuri la base AB, e colla dioptra mobile tutti gli angoli che fanno le visuali dirette ai diversi punti LMNOP.... colla dioptra fissa. Si trasporti poscia l'istrumento in B e si diriga lo zero al punto A, e si misurino gli angoli della dioptra fissa colle visuali dirette ai medesimi punti. Si costruiscano sopra una base *ab* posta in scala tutti gli angoli osservati e nei punti *lmnop*... avremo la pianta del dato terreno.

264. I problemi precedenti hanno date le distanze, le altezze inaccessibili, e le aree dei terreni, col mezzo dell'intersezione. Ora è necessario di avvertire 1°. di evitare quegli angoli che danno le intersezioni molto acute, perchè non si saprebbe esattamente apprezzare il vertice de' medesimi, e quindi sarà bene di scegliere quegli angoli che sono intermedi fra li 30°, e li 150°. Quest'avvertenza è necessaria in tutti gl'istrumenti che danno la costruzione degli angoli e dei triangoli: 2°. Di scegliere quella base che sia in armonia coll'estensione delle misure da farsi, e cogli angoli da osservarsi, e fissarla sopra un tratto di terreno orizzontale più che sia possibile. Così nell' ultimo caso del §. preced. se i punti B, H, D non sono precisamente orizzontali si dovrà ricorrere a qualche altra operazione geometrica, onde conoscerne la differenza di livello e tenerla a calcolo per averne ragione nella misura dell'altezza ricercata.

265. Noterò in fine una maniera facile di tenere il registro delle proprie osservazioni nell'uso dellabussola, e del grafometro.

Supponiamo che A, B, C, D, ec. (*fig.* 133.) siano diversi punti da rilevarsi. Si ponga l'istrumento in A, si diriga la dioptra fissa al punto B, indi si rilevino gli angoli BAC, BAD, ec. Si faccia un'abozzo e sull'apertura degli angoli si descrivano tanti archi, come dimostra la figura, contro ai quali si noterà il numero dei gradi osservati sulla bussola. Lo stesso si faccia cambiando stazione da A in B. Questo modo è molto facile, e presenta meno equivoci degli altri.

266. I punti F, G presentando dalla stazione B degl'angoli BFA, BAG troppo acuti dovranno essere tagliati in altra stazione. Intanto stando in A dovranno esser stati notati in gradi e minuti avendo prima diretta la dioptra fissa a que' punti di stazione, ne' quali collocato l'istrumento resterebbero intersecati sotto un angolo conveniente.

267. La stessa stazione in A offre un modo di riscontro per l'esattezza dell'operazione. Essendo stati osservati i punti B, C, D, E, G, I, H la somma di questi angoli dovrà fare 360° salve le anomalie dell'istrumento, le quali saranno non maggiori di cinque minuti. Perchè gli angoli osservati si riducono a cinque principali BAE, BAI, che contengono la somma di varie osservazioni; EAF che non poteva legarsi alle precedenti, e che intanto si conoscerà in quanto che al punto E si sarà diretto lo zero. Lo stesso dicasi degli angoli FAG, GAI. E come la somma degli angoli intorno ad un punto deve sommare 360°, così le note fatte dovranno dare questo numero di gradi, altrimenti sarà indizio di errore sicuro se supera li 5. minuti, nel qual caso si dovrà ripetere l'operazione.

268. Quanto si è descrittto fin quì intorno al grafometro, vale per un *quadrante* che non è che la quarta del cerchio di ottone, ossia di 90°: per un *sestante* che è di 60°: per un' *ottante* di 45°: istrumenti tutti che si usano nell'astronomia.

Della tavoletta geometrica, o Pretoriana.

269. Devesi ad un certo Giovanni Pretorio l'invenzione e l'uso geometrico della tavoletta detta perciò *pretoriana*, o *geometrica*. Consiste in una tavola quadrata del lato di tre palmi circa, posata sopra un tre piede come alla (*fig.* 134.), su cui può prendere diversi movimenti, onde poterla girare orizzontalmente, e fissare stabilmente nello stesso piano orizzontale. Si usa questo istrumento nelle operazioni, che vogliono più esattezza e diligenza.

270. Sono uniti a questo istrumento un livello a bolla d'aria per porre orizzontalmente il piano della tavola, una dioptra, una bussola, una catena colla sua muta di chiodi, e due pertiche, il piombino, e diversi aghi finissimi.

La *dioptra* è una riga di ottone AB che dicesi *linda* (*fig.* 135.) munita di traguardi M, N per tutti i versi esattamente perpendicolari alla lamina AB, che li congiunge. Questi traguardi hanno un filo nel mezzo ad una fessura che verticalmente corrisponde a perfezione colla linea *ab*. Sono sufficientemente alti per poter traguardare a notabile distanza, e non incontrare sì facilmente le ineguaglianze del terreno. Spesse volte si mette sulla dioptra un cannocchiale in luogo di traguardi affine di osservar più lontano che si può, e di distinguere più chiari gli oggetti. Allora nel tubo del canocchiale vi sono due fili disposti ad angolo retto, la cui intersezione si trova sull' asse.

La bussola come noi vedremo serve ad *orientare* la tavoletta e a rendere il più delle volte assai spedita l' operazione.

La catena e le pertiche servono alla misura delle basi e delle *radiali*, che così si chiamano le visuali dirette ad un' oggetto.

Il *piombino* per far corrispondere i punti segnati sulla tavoletta con quelli del terreno. E gli *aghi* per girare la dioptra intorno ai punti del disegno. E però devono esser finissimi, perchè la loro grossezza non induca ad errore, che col lungo operare può facilmente succedere.

271. Le condizioni più essenziali all'esattezza e sollecitudine delle operazioni sono le seguenti.

1°. Che la tavoletta non si mova sotto la mano di chi disegna, e però dev'esser fissa bene sul terreno, e fermata nelle viti.

2°. Che la tavoletta sia orizzontale col mezzo dell'archipendolo, o meglio d'un livello a bolla d'aria.

Questo livello come si è spiegato nelle lezioni della prima sezione consiste in un tubo ripieno di spirito di vino con bolla d'aria, il cui asse è parallelo alla lastra di ottone su cui posa. Essendo proprietà de' spiriti più leggieri di occupare il sommo, così l'aria più leggiera dello spirito di vino, quando si trova nella parte superiore del tubo, indica che l'asse e il piano di sotto sono orizzontali.

3°. Di far corrispondere i punti di stazione esattamente sulla tavola col mezzo del piombino.

4°. Di orientare la tavoletta, ossia di far sì che la dioptra collocata sopra un punto traguardato, ed il punto segnato della stazione la visuale colpisca il primo punto dell' oggetto.

5°. Di aver cura che la tavoletta non si turbi durante il tempo della stazione.

6°. Di non impiegare che aghi finissimi per accostarsi all' esattezza geometrica sempre turbata dalla grossezza degli aghi.

7°. Di star attento che la dioptra tocchi gli aghi.

8°. Di piantare un picchetto ne' punti delle stazioni, quando sia d'uopo di traguardarle.

9°. Di tener verticali le paline.

10°. Di marcare con numeri o con parole le visuali dirette ai diversi oggetti per averne memoria nell' intersezione.

11°. Cercare sempre quelle stazioni nelle quali tagliando le visuali si facciano degl' angoli nè troppo piccoli nè troppo grandi, accostandosi più che sia possibile all' angolo retto, affine di evitare gli errori degli angoli troppo acuti od ottusi.

12°. Sciegliere per basi delle operazioni due punti del luogo da elevarsi ne' quali si scopra molto spazio dell' una e dell' altra stazione.

13°. Misurare sempre orizzontalmente più che sia possibile, perchè i rilievi rappresentando una proiezione orizzontale del paese che si eleva devono le misure essere similmente orizzontali.

272. Elevare alla tavoletta non vuol dire altro che formare una figura simile al terreno o all' edificio che si vuol disegnare. Ma siccome i punti da elevarsi possono esistere a differenti altezze, così si deve figurare un piano orizzontale parallello a quello della tavoletta, ed immaginare

tutti i punti del suolo proiettati in questo piano (§. 227.) E se lo spazio da misurarsi sia una fabbrica deve immaginarsi un piano orizzontale che la tagli, e rappresentare quanto s'incontra in questa sezione. Gli oggetti visibili che rimangono al disotto di questo piano s'intenderanno proiettati in questo piano, e si disegneranno con linee continue. Se gli oggetti siano al disopra si supporranno similmente proiettati su questo piano, e si rappresenteranno sul disegno con linee punteggiate. È in questo solo modo che si può sperare di veder disegnate con diligenza ed esattezza geometrica le elevazioni icnografiche di un terreno o di un edificio, e chi non riferisce le sue operazioni a siffatti principii non può esser sicuro de' suoi rilievi. Ho creduto bene di notare simili avvertenze, perchè dimenticate o non conosciute abbastanza si veggono il più delle volte le mappe e le piante senza intelligenza e senza precisione.

273. *Elevare sulla tavoletta un numero qualunque di punti visibili di un dato terreno.*

Dopo aver incollato un foglio di carta sul piano della tavoletta si trasporti sul luogo in quella situazione, ove si rendono visibili i punti da elevarsi. Sia S (*fig.* 136.) una tal situazione del terreno in cui si rendono visibili i punti ABCDE. Si pianti in questo luogo l'istrumento, e sulla carta si segni un punto *s* corrispondente a piombo ad un punto S sul terreno. Si pianti in *s* un' ago finissimo, e si faccia intorno ad esse girare la dioptra traguardando i punti A, B, C, ec., sui quali saranno state alzate delle paline. Ad ogni punto traguardato si segni una linea sulla carta colla punta del compasso lungo quel lato della linda che tocca l'ago.

Indi si facciano misurare sul terreno le distanze SA, SB, SC, ec. Essendo munito di una scala ticonica costruita nel modo che si è descritto al §. 207. sopra una lastra di ottone o sopra un pezzo di carta solida, si pongano le misure trovate sulle radiali *sa*, *sb*, *sc*, ec. e si fissino i punti *a*, *b*, *c*, ec. Condotte le rette *ab*, *bc*, *cd*, *de*, ec. queste daranno un perimetro *abcde* simile all' ABCDE. Difatti gli angoli intorno al punto *s* sono eguali a quelli che si fanno intorno al punto S, e le rette *sa*, *sb*, *sc*, ec. sono rispettivamente proporzionali alle SA, SB, SC, ec.

274. Se in qualche tratto il terreno fosse tortuoso, come in AMB, allora lungo il lato che congiunge le paline A, B si facciano le misure sulla direzione AB, e sulle perpendicolari ai punti più marcati, come disegna la figura. E trasportando il tutto in scala si alzino sull' *ab* le corrispondenti normali, e pei punti estremi delle medesime si faccia passare una curva, che sarà parallela e simile alla data AMB.

275. Il punto *s* sulla carta, che rappresenta la proiezione del punto S del terreno, si ottiene col calare un piombino sotto la tavola, finchè cada sul terreno. Questo si chiama porre la tavola *a punto sovraposto*, ed ogni volta che si parlerà di tali punti s' intenderà sempre fatta una simile operazione. Mancando il piombino si potrà servire di un piccolo corpo, che portato colla mano sotto la tavola si lascierà cadere sul terreno, finchè percuota sul punto da proiettarsi in carta.

276. I casi da elevare alla tavoletta non sono sì facilmente tanto semplici, quanto quello indicato al §. 273. Primieramente di rado si presentano di una sola stazione:

in secondo luogo i punti per la mangior parte non sono nè tutti visibili nè tutti accessibili. E perchè richieggono diverse regole, e si possono adottare diversi metodi così andremo ad accennarli a parte a parte.

277. Passando da una stazione all' altra la prima operazione è di orientare la tavoletta, cioè situarla in modo perfettamente simile alla precedente. Però si fa luogo al seguente problema.

Indicare il modo di orientare la tavoletta passando da una stazione all' altra.

Quando si voglia passare da una stazione S ad un altra S' si deve prima di abbandonarla far piantare una palina nel luogo eletto alla stazione S', e dirigendo ad essa la dioptra segnare la visuale indefinita *ss'*, sulla quale si dovrà marcare in scala la misura o distanza fatta sulla direzione rettilinea di S ad S'. Intorno ai punti di stazione si suol fare un piccolo circolo in lapis, come si è stabilito per convenzione dai geometri, onde distinguerli dagli altri punti. Ciò posto si trasporti la tavoletta in S' lasciando una palina in S, e si sovraponga così che il punto *s'* cada sul punto S' come si è prescritto al §. 275. Si orizzonti, si pianti in *s'* un'ago, e sulla *ss'* si ponga la dioptra. Si giri la tavoletta, finchè traguardando si scopra la palina S, e sussistendo sempre la sovraposizione del punto *s* sopra S' si fermi girando la vite. In questo modo si chiama *orientata la tavoletta*, cioè disposta in una situazione parallela a quella che avea nella prima stazione, e però si potranno condurre dal punto *s'* tante linee col compasso a quanti oggetti si vogliono, come si è fatto al §. 273., e così continuare l' operazione.

278. Se nella stazione S non era stata presa la misura SF si può persuadere facilmente, che da ciò non deriva alcun danno all'operazione, anzi utile e sollecitudine, quando il punto F sia visibile nella stazione S' o in qualcun'altra susseguente. Difatti nella stazione S se avremo segnata la radiale *sf*, e nella stazione S' la radiale *s'f* avremo nell'intersezione *f* riportato esattamente sulla tavoletta il punto F. Difatti gli angoli *fss'*, *fs's* delle due stazioni sono eguali alle proiezioni degli angoli S, S' del terreno. Di più la base SS' (che così si chiama la distanza misurata di due punti, che serve alla costruzione dei triangoli) è proporzionale alla *ss'* come la scala lo è alla misura vera. Dunque i due triangoli SFS', *sfs'* sono simili (§. 186.), e gli altri due lati *sf*, *s'f* saranno proporzionali ad SF, S'F come *ss'* lo è ad SS'; e quindi il punto *f* rispetto ai punti *s*, *s'* è collocato allo stesso modo che il punto F, lo è per rispetto ai punti S, S'. Questo metodo di determinare il punto *f* senza misure si chiama *d' intersezione*, che è molto spedito, ed il modo di orientar la tavoletta si dice *a punto indietro*, o a *punto sovraposto*, che è molto sicuro ed esatto, ma non in tutti i casi praticabile, ed utile alla sollecitudine.

279. Dovendo passare da una seconda ad una terza stazione si saranno traguardati i punti visibili per es. H, ed S" della terza stazione. Indi misurata la base S'S", e posta colla scala in S'S" si trasporterà la tavoletta in S" sovraponendola, nel modo che si è indicato al §. 277. operando con intersezioni e misure dove fia d'uopo come si è detto di sopra, e così per tutte le altre stazioni. Un'avvertenza per altro si deve

avere in queste diverse stazioni, ed è che a riconoscere se l'operato proceda esattamente dopo di aver fissata la tavoletta sarà bene di girare la dioptra intorno all'ago e dirigerla ad uno de' punti osservati, e mirando pei traguardi se colpirà lo scopo sarà segno dell'esattezza dell'operazione. Per es. avendo collocata in S'' la tavoletta ed orientata col punto indietro S' si giri la dioptra intorno all'ago posto in *s''* finchè venga in *f*, e traguardando se si colpirà l'oggetto F sarà segno di aver operato bene. Altrimenti converrà retrocedere, finchè si rinvenga l'errore, non potendosi andar oltre che ciò indurebbe a sbaglio maggiore proveniente per lo più dall'avere o misurato, o notate le misure, od orientata la tavoletta malamente. Però è bene avere quest'avvertenza, che serve di riscontro dell'operato ad ogni stazione, se non si vuol gettare inutilmente molta fatica.

280. *Fissare sulla tavoletta la posizione di varii punti inaccessibili.*

Il metodo che si deve tenere in tali casi è quello *d'intersezione*. Sia per esempio ABCD (*fig.* 140) la sponda opposta di un fiume o di un lago, e si voglia determinarne sulla carta il perimetro o l'andamento. Si pianti al solito in S la tavoletta, e l'ago intorno a cui girando la dioptra si traguardino i punti A, B, C, D oltre un punto S' accessibile, dove si voglia trasportare la tavoletta. Si faccia la misura SS', e si ponga in scala. Indi si trasporti la tavoletta in S', e traguardando di nuovo colla dioptra ai punti A, B, C, D si taglieranno le direzioni marcate nella precedente stazione nei punti *a*, *b*, *c*, *d* i quali determineranno sul foglio i punti cercati.

281. Nello stesso modo si poteva rilevare l'andamento della sponda EFH comunque accessibile in tutti i suoi punti senza sussidio di altre misure, e ciò abbrevia molto l'operazione. Una precauzione per altro si vuol avere, ed è di evitare le intersezioni di angoli troppo acuti o troppo ottusi. Perchè le linee nel tagliarsi si accompagnano per breve tratto, e le intersezioni più sicure sono quelle, che si accostano all'angolo retto.

282. Per rilevare un bosco il modo più spedito è quello di girarlo intorno usando il metodo del punto sovraposto, e d'intersezione dove si possa. Un'avvertenza si deve avere in questo e in tutti que' casi che le figure si chiudano, cioè in quelle figure nelle quali si torna al primo punto traguardato. Se la dioptra collocata su questo e contro l'ago dell'ultima stazione traguardando coinciderà coll'oggetto osservato, sarà segno che l'operazione è esattissima. Altrimenti si dovrà concludere che vi è errore, e si dovrà retrocedere nell'operazione, finchè siasi rinvenuto, o ritornare dov'è più probabile che sia avvenuto. E però è ottima cosa riscontrarsi ad ogni stazione ne' punti in quel modo che si è detto al §. 249. per non incontrare il caso di render vana la fatica e l'operazione. Nel girare intorno al perimetro delle tenute, dei boschi, dei laghi, delle isole di fabbricati nelle città e paesi è bene tener di mira questa precauzione. Devesi però riflettere che la grossezza dell'ago, il meccanismo degl'istrumenti, misure, ec. inducono non ostante ad un certo errore. Entro quali limiti si debba fissare non si saprebbe ben determinare dipendendo dalla qualità dell'operazione, dall'estensione dei luoghi da rilevarsi, e dalla grandezza

della scala. I Governi che si sono occupati di questo genere di operazioni sogliono condonare un trentesimo. In generale per altro quando l'errore non sia notabile si lucidano i punti, e si fa ruotare la carta lucida intorno al punto della prima stazione fino a coincidere coll'ultimo punto d'osservazione, mentre in questo modo si viene a dividere l'errore partitamente sulle diverse stazioni, che è quello che può essere successo per anomalia dell'operato, quando si sia agito con diligenza ed esattezza. Quest' ultima cautela del riscontrarsi col primo punto osservato si chiama *chiudersi giustamente col perimetro*.

283. È necessario di notare, che quando si tratta di elevare delle grandi estensioni allora un foglio non è sufficiente. In questi casi bisogna necessariamente cangiar la carta, e rimettere la tavoletta in una delle stazioni precedenti per marcare due punti comuni esistenti nel primo foglio, che costituiscono la retta d'attacco. Si scelgono per lo più due punti paralleli ad un lato del foglio. Questa necessità ha fatto ideare una tavoletta con due cilindri agli estremi, i quali servono a tener tesa la carta di più fogli. Intorno ad uno dei cilindri si avvolge il lavoro fatto, dall'altro si svolge la carta bianca secondo il bisogno. Un simile artificio era tanto più utile in quanto che levato il foglio si risparmia di rimettere la tavoletta in una delle stazioni precedenti, senza dire che alcuna volta si può dimenticare di aver riportato i punti d'attacco sul nuovo foglio, ed aver perduto il luogo della stazione. In simili casi si fa luogo al seguente problema utile anche per tutti que'casi ne' quali si fosse dimenticato qualche punto sul terreno.

284. *Essendo nota sulla tavola la posizione di tre punti di un terreno fissare sulla medesima la posizione di un quarto senza il sussidio di misure.*

Siano A, B, C (*fig.* 141.) tre punti che siano stati rilevati sulla carta, determinare su questa la posizione di un punto D del terreno. Si porti la tavoletta in D avendo prima fissato su di essa un foglio di carta lucida, e si pianti verticalmente al medesimo l'ago. Appoggiando la dioptra a questo si diriga ai punti A, B, C segnando le visuali indefinite *ad*, *bd*, *dc*. Indi si faccia girare il foglio, finchè le visuali *ad*, *db*, *dc* vengano a sovraporsi ai punti che già si aveano in pianta, il punto *d* determinerà il punto cercato. Difatti essendo cogniti gli angoli in *d*, ed essendo già determinate le distanze *ab*, *bc*, *ac* dalla posizione dei punti *a*, *b*, *c* esse non possono prendere che una sola situazione dentro gli angoli stessi. E quindi il punto *d* rimane fissato di posizione. Per altro se i quattro punti esistessero sopra una circonferenza, allora più punti potrebbero soddisfare alla medesima condizione. Ma l'esperto geometra saprà evitare questi casi osservando ad occhio sulla carta la possibilità di un simile incontro.

285. La tavoletta presenta un gran vantaggio sull'uso di tutti gli altri istrumenti, ed è quello di disegnare sul luogo, così che si possono rappresentare anche gli oggetti più piccoli e nulla obbliare. Laddove gli altri istrumenti essendo fondati sopra le note di angoli, di calcoli e di abozzi onde redigerle in disegno presentano una doppia fatica a tavolino, e non si prestano così facilmente agli oggetti dimenticati. Però colla tavoletta sarà bene dopo aver completati i rilievi di passare

sul luogo, onde disegnare a vista i piccoli accidenti del terreno che non influiscono sulle misure per mezzo de' segni di convenzione. Sono questi segni molti e varii secondo la qualità delle carte topografiche, e di rado si trovano. Però è che ho voluto unirli nella tav. IX. sciegliendo quelli che fanno più all'uopo degli architetti e degli ingegneri, non che degl'incisori, affinchè dovendo incidere le mappe sappiano come si rappresentano in pianta le diversità degli oggetti.

286. La necessità di dover traguardare in ogni stazione al punto della stazione abbandonata, ossia di dover collocare la tavoletta costantemente in una posizione parallela a se stessa, ha fatto immaginare di applicare alla medesima la bussola approfittando della mirabile proprietà, che ha l'ago calamitato di rivolgersi sempre al medesimo punto del Mondo. La forma della bussola in questo caso è rettangolare, e contro ai lati minori sono collocati solamente due archi circolari di 40°, o 50° al più. I lati maggiori sono paralleli alla direzione di Nord-Sud segnata nel fondo della scatola. L'ago è sospeso come alla bussola descritta al §. 239. ed è costruito con quelle proprietà e dimensioni prescritte ai paragrafi susseguenti.

287. *Rilevare alla tavoletta col mezzo della bussola.*

Si segni sulla carta una linea retta, e su quella si disponga il lato maggiore della bussola. Per lo più si suol usare per linea retta una delle quattro della squadratura del foglio. Si giri il piano della tavoletta, finchè l'ago calamitato venga a disporsi sulla direzione di Nord-Sud. Si fermi la vite, e fatte quelle operazioni che si possono fare in quella stazione si passi in seguito ad un'altra qualunque, dove si collocherà l'istrumento. Posta di nuovo la bussola sulla suddetta linea nel modo descritto si giri la tavola finchè l'ago coincida colla direzione di Nord-Sud. Allora com'è chiaro la tavoletta si troverà in una posizione parallela alla precedente stazione. Convien ora determinare il punto della stazione sulla carta. A tal fine si pianti l'ago sopra uno dei punti osservati. Si diriga la dioptra al medesimo come a scopo: si segni una retta, che ne marchi la visuale, e fatta la misura dallo scopo al punto di stazione, si prenda sulla scala un'apertura di compasso eguale alla misura trovata. Si ponga poscia sulla detta retta, così che una punta del compasso si trovi sulla situazione dell'ago, l'altra segnerà il punto della stazione. Allora si trasporti l'ago in quest'ultimo e si proceda di seguito per tutto che si può fare in questa posizione, e così nelle susseguenti stazioni.

288. Da quanto si è detto si vede che non è necessario di aver traguardato al punto della nuova stazione, e che la tavoletta si pone parallelamente a se stessa col semplice parallelissimo dell'ago calamitato, il che in siffatte operazioni è molto spedito e di molto disimpegno, specialmente ove s'incontrano delle difficoltà locali. Conviene per altro star attento alle deviazioni dell'ago prodotte generalmente da materie ferruginose, e risconTrare ad ogni stazione l'esattezza dell'operato col situare la dioptra su due punti segnati, uno de'quali sia quello della stazione, l'altro di un oggetto osservato. Se si sarà operato bene traguardando si dovrà colpire l'oggetto, altrimenti sarà segno di errore, e si dovrà retrocedere finchè si rinvenga, e si possa correggere.

289. È costume di segnare sulle piante la direzione del meridiano vero affine di conoscere la loro esposizione. Nelle operazioni alla bussola, e alla tavoletta pretoriana munita di questo istrumento ciò sarà facile avendo sempre sulla carta la direzione dell' ago calamitato, ossia del meridiano magnetico. Difatti sia AB (*fig.* 134.) la direzione del meridiano magnetico, che perciò si disegna appunto sulle mappe come un'ago. Conoscendo la declinazione del luogo si porrà obbliqua all' AB una retta, che faccia un'angolo eguale alla detta declinazione avendo riguardo se debba essere occidentale od orientale. Per esempio essendosi detto al §. 241, che presentemente in Roma la declinazione è di 18°. ed occidentale, col semicircolo graduato alla sinistra dell' AB si costruirà un'angolo di 18°., e la linea NS sarà il meridiano vero, ed il punto N segnerà il nord, ed S il sud, le quali iniziali si sogliono perciò mettere agli estremi della NS, e qualche volta vi si nota ancora la declinazione, e vi si scrive meridiano vero, come rappresenta la figura. Nelle operazioni dello squadro, e del grafometro volendo notare le linee meridiane è da sapersi, che questi istrumenti portano ordinariamente al di sopra una piccola bussola, la quale darà perciò la direzione del meridiano magnetico, e legata con una delle linee traguardate in una data stazione si potrà marcare sulla pianta tanto l'ago calamitato quanto il meridiano vero. Quando poi colla tavoletta si opera a punto sovraposto prima di ultimare l' operazione bisognerà procurarsi una bussola, e sovraporla come al §. 287. onde segnare la direzione del meridiano magnetico.

290. Nelle grandi operazioni che servono alla costruzione delle carte geografiche, si fa uso, come si disse del *teodolite*, che è un'istrumento simile al grafometro ma di circolo intero e completo in tutte le sue parti. Con esso, od anche col grafometro medesimo si procede a formare una grande triangolazione prendendo per iscopo i punti principali e più alti del paese, che si vuol elevare. Si misura poscia esattamente, e con grandissima precisione una base che quanto più lunga sarà tanto migliore, e si prenderà nella distanza rettilinea di due punti o segnali osservati. Contro questa e cogli angoli dati dall'istrumento si forma un triangolo, i cui lati diventano base ad altri triangoli da costruirsi cogli angoli osservati in altre stazioni. Le stazioni si fanno generalmente sui punti o segnali traguardati, e questi sono d'ordinario torri, cupole, ed oggetti della maggiore elevazione. Dove mancano si costruiscono all'uopo. Disegnata così in carta questa grande triangolazione, che chiamasi *rete primaria*, si riempiono i triangoli colle triangolazioni secondarie operate cogli istrumenti e coi metodi descritti. In questo modo s'impiantano le carte dei paesi, in cui si ha riguardo alle strade, ai fiumi, ai confini delle provincie e degli Stati, ai boschi, alle città, ai porti e a tutti gli stabilimenti commerciali. Non essendo quì proposito di trattare un simile argomento, non ho voluto però lasciare di dar un'idea del metodo generale per la costruzione delle carte geografiche, e dimostrare che anch'esse sono una proiezione orizzontale di una parte del globo terrestre, e che le descritte operazioni servono non solo alle mappe, delle proprietà dei terreni, dei fabbricati, ma sì al compimento delle carte suddette.

Del modo di rappresentare in disegno le mappe.

291. Terminati i rilievi cogli istrumenti convien coprire la pianta con segni di convenzione, che esprimono i diversi oggetti. Meglio che una lunga descrizione ho creduto di rappresentarli nella tavola IX, tanto più che si trovano difficilmente separati dalle mappe o dalle carte geografiche. Questa parte di disegno ha preso molto perfezionamento negli ultimi tempi, e forma un oggetto principale degl' architetti, dei disegnatori topografici, e degli incisori. Ma prima di rappresentarli in questo modo conviene prepararli, onde non gettare inutilmente la fatica dell' opera. È d' uopo dunque 1°. aver distinta la varia qualità degli oggetti elevandone e descrivendone i loro perimetri: 2°. fissare una direzione della luce d' ordinario a 45° alla sinistra del disegnatore come al §. 103, considerando che quì si tratta di sole piante: 3° stabilire una maniera di veder gli oggetti, che ordinariamente è quella come dicono a vista d' uccello posto verticalmente ad infinita altezza, e ciò è conforme alla natura delle proiezioni: 4°. imitare più che sia possibile i varii aspetti dei terreni rilevati secondo i gradi di luce e del punto di vista a distanza indefinita. Ciò posto egli è indubitato, che le montagne e le prominenze del terreno saranno più chiare nel piano superiore, meno nella parte inclinata colpita dal raggio luminoso, molto più anzi in ombra dalla parte opposta. Quindi la sommità non avrà che la tinta sua naturale, la parte illuminata avrà una tinta sfumata dall' alto al basso, e la parte in ombra lo stesso ma più forte. Le strade, i fiumi, i laghi, le coste, le maree e gli edifici avranno in chiaro la linea colpita dalla luce, oscura quella che rimane in ombra. E però tali linee si fanno

sottili, e di tinta più chiara dove sono illuminate, più grosse e più scure dove rimangono in oscuro. Le vallate e le depressioni di terreno avranno una mezza tinta che le allontana, e che è quella che sempre si frappone fra l'occhio dell'osservatore e l'oggetto a molta distanza. Agli alberi si dovrà dare un'ombra propria e proietta sul terreno, come si vedrebbe osservandoli d'alto in basso.

292. Oltre gli effetti delle ombre e della vista vi è la maniera di prepararli. Se ben si considera, le montagne sono come divise in tanti strati orizzontali, e presentano intorno intorno dalla cima al fondo dei solchi, che raccolgono le acque pluviali, stretti e minuti nella sommità, larghi nel fondo. Di più tra una montagna e l'altra si presenta sempre un'alveo più grande, dove fanno capo tutti i suddetti solchi. Quindi per preparare il disegno delle montagne si descrivono a lapis tante curve parallele da scancellarsi a disegno finito, come alla (*fig.* 135.) più vicine verso la sommità più lontane verso il fondo. Indi perpendicolarmente alle medesime si pongono tanti tratti più forti dalla parte dell'ombra più leggieri dalla parte del chiaro: stretti e corti nella sommità, gradatamente più larghi e più lunghi verso il fondo. Siccome poi le vallate, i laghi sono generalmente costeggiati da terreni pendenti nel senso della gronda dei medesimi, così anch'essi e le colline si preparano nello stesso modo a tratti più dolci. I boschi, le vigne, i giardini ec. si preparano come si vede nella tav. IX.

293. Questa preparazione si fa a lapis, a penna, o a tratti di pennello secondo il diverso genio del disegnatore, e la forza d'effetto che uno si propone di dare al proprio disegno. Se i tratti sono sminuzzati in tutte le più

piccole parti, e gli oggetti sono partitamente imitati può il disegno restare senza le tinte, ed in questo modo si presenta dagl'incisori. Ma volendo sollecitare il lavoro si fa l'indicata preparazione generale, che poi si compie col mezzo delle tinte, che l'incisore dovrà imitare a taglio col bullino.

294. Dopo che una pianta è preparata a lapis o a penna bisogna acquarellarla, cioè coprirla con tinte di convenzione analoghe al genere di coltura delle terre. I colori da impiegarsi sono pochi, cioè *inchiostro della Cina*, *carminio* o rosso, *gottigomma* o giallo, *indigo* o azzurro. Con questi soli si possono ottenere quante tinte si vogliono.

295. Le ghiacciaie e le roccie si lasciano con pochi tratti, e si tingono a tocchi di acquarello dopo le masse delle ombre, sfumando dall'alto al basso. Si coprono quà e là d'un colore composto d'inchiostro e di carminio. Le montagne, e le colline pascolive si coprono di verde ossia di un composto di azzurro e giallo.

296. Per colorire i boschi si comincia generalmente col posare lungo il perimetro una tinta d'inchiostro che si sfuma ed addolcisce verso il mezzo del bosco. Sopra vi si passa una tinta di verde leggero, e si ripassano gli alberi a penna ed in piccole masse frappate con inchiostro pallido, se non si era fatto prima. Si rinforzano le ombre di queste masse coll'acquarello di cina, e si ripassano di verde più carico.

297. Il terreno macchioso si tinge a macchie di color di terra, cioè rosso e giallo, indi a macchie di color verde, e colla penna intinta nel verde si segnano alcuni arbusti. Un simile metodo si tiene a rappresentare il terreno

tingendo a macchie con color di terra ed azzurro, e colla penna intinta nel verde segnando alcuni tratti per denotare le erbe palustri.

298. Si dà generalmente una tinta piana color di carne poco carica che si prepara col carminio e la gottigomma alle vigne. I tronchi d'alberi, o i pali a quali sono uniti si esprimono su questa tinta con un piccolo tratto a penna intersecato da una specie di S. Il primo si tocca a color di legno, il secondo a verde. I pergolati si disegnano coll'unire di tratto in tratto i tronchi di due filari di vigna mediante una retta toccata dalla parte del chiaro colla tinta color di legno, e col passarvi sopra una linea tortuosa a modo di ripetuto S toccata di verde.

299. Le praterie s'indicano con un verde leggero facendolo un poco più carico lungo le sponde dei fiumi, e dei fossi, sfumando verso il mezzo. Qualche volta a pennello pieno vi si attacca una tinta di carne per non rendere troppo monotona quella del prato, imitando così la natura che si mostra a colori cangianti. Le due tinte diverse essendo grasse dove si toccano si confondono, e fanno una sfumatura piacevole all'occhio.

300. Le maree, i laghi, i fiumi, i fossi si tingono prima con acqua azzurra posata sul lembo oscuro e sfumata verso il chiaro. Asciutta che sia vi si passa sopra colla punta del pennello, o con una penna temperata all'uopo una tinta più cupa di turchino facendo tante linee parallele all'andamento delle sponde, cominciando vicino al lembo in ombra ed allargandosi successivamente verso il mezzo. Il totale farà una tinta digradata e presenterà in qualche modo i fili correnti delle acque.

301. Potrei descrivere ancora molte altre convenzioni, ma bastano le notate fin quì giovandosi al bisogno della tav. IX. Del resto meglio delle lunghe descrizioni gioverà la pratica del disegno. Mi limiterò solamente a notare che le tinte siano date a pennello pieno, o come dicono in arte, grasse, che acquistano più freschezza, e che quando una tinta sembrerà troppo debole si dovrà ripassare nel medesimo modo.

Del copiare o ridurre le piante topografiche.

302. I disegni fatti in campagna si chiamano *matrici*, le quali bisogna il più delle volte trasportarle in un foglio pulito. Si unisce questo alla matrice avendo cura che entrambi siano ben fermati fra loro con spille od altro, perchè ogni minimo movimento dell'uno sull'altra può cagionare gravissimi errori. Indi o si lucidano al cristallo posto espressamente in un telaio di legno mobile con cerniere intorno ad un lato, e che può inclinarsi od elevarsi a volontà, e questo metodo è molto esatto, o si usa la reticola dei quadrati, come si disse al §. 171.

Diversi altri metodi ho descritti al §. 174, che possono esser utili all'occasione secondo la varietà dei casi.

303. Spesso ancora fa d'uopo di trasportar le piante dal grande al piccolo, il che chiamasi *riduzione delle mappe*, e quì pure occorrono diversi metodi secondo i differenti casi avuto riguardo alla sollecitudine e all'esattezza. La riduzione delle mappe si fa solamente dal grande al piccolo, che in questo modo gli errori si fanno secondo la legge dei quadrati delle superficie molto più piccoli. Se le riduzioni si facessero dal piccolo al grande avrebbero il difetto contrario, cioè che gli er-

rori si moltiplicherebbero in proporzione della grandezza, a cui si volesse portare la mappa. La prima maniera di riduzione è quella di fissare i punti principali considerati come vertici di tanti triangoli mediante il *compasso di riduzione*, di cui ho data la descrizione, e ne ho insegnato l'uso al § 215. Una seconda maniera è quella stessa che usano i pittori per copiare in piccolo una pittura di estesa dimensione, cioè di due reticole, che hanno i lati dei quadrati nel rapporto che uno desidera, e questa si è da me descritta al §. 220. Ora descriverò una terza che è molto spedita e preferibile a tutte le altre, quando, si conoscano bene le seguenti proprietà.

304. Se si abbia un parallelogrammo ABCD (*fig.* 142.) formato di quattro righe eguali mobili intorno agli angoli, e sia traversato da altre due righe EF, GH parallele ai lati del parallelogrammo medesimo, così che la loro intersezione O cada sulla diagonale, egli è chiaro 1°. che il minor parallelogrammo AHOE sarà simile al maggiore ABCD: 2° che se il punto A sia fisso ed il punto C mobile sopra una data linea C*c*, il punto O descriverà un'altra linea simile O*o*: 3° che il rapporto di O*o* a C*c* sarà quello stesso che passa fra AH ed AB, talchè se AH fosse il terzo, il quarto, ec. di AB, la O*o* sarebbe similmente ridotta al terzo, al quarto, ec. di C*c*. Questi facili e semplici principii hanno dato origine a quell'istrumento che dicesi *Pantografo*, e che serve alla riduzione delle mappe.

305. *Descrizione ed uso del Pantografo.*

La figura ABCD (*fig.* 143.) rappresenta in pianta ed alzata geometrica la macchina del Pantografo, dove le medesime parti sono denotate colle stesse lettere, e consiste in quattro righe di metallo o di legno: due AB, CD sottoposte alle altre BC, AD. Sono esse mobili intorno agli angoli o punti d'unione. L'angolo A è stabile di situazione mediante un perno, che trapassa dentro una massa H di piombo che ha tre punte minute per fissarsi meglio sulla tavola: gli angoli B, D cangiano di posizione aiutati da due sottoposte carrucolette girevoli per ogni verso. Nell'angolo C vi è una punta di acciaio alquanto ottusa per trasportarla sulle linee di un dato disegno senza guastarlo. Vi è un altra riga EF similmente di metallo o di legno parallela alle altre AD, BC, e scorrevole sui lati AB, DC mediante due pezzi cavi di metallo che abbracciano le dette righe, e che si fermano contro i lati stessi col mezzo delle viti. In K evvi un lapis, o un tiralinee, le cui punte descrivono e percorrono spazii simili a quelli percorsi dalla punta d'acciaio in C. Un meccanismo particolare fa che il lapis o il tiralinee si alzi quando si arresta l'operazione, o si abassi e tocchi colla punta la carta, su cui si fa la riduzione quando si continui. Nell'angolo di una squadretta di ottone *edc* è attaccato un filo, che attraversando le carrucole *f*, *h*, *g* va a fermarsi in *i*. Tirando pel manubrio *c* il lato *de* della squadretta sotto la presa di un martelletto *ab* premuto da una molla sottoposta, si obbliga l'altra molla M a chiudersi, ed una pinna in *i* ad abbandonare il piattino *q* nel quale è infilato il lapis, o il tiralinee, che pel proprio peso cade colla punta a toccar la carta.

In questo stato quando la punta C percorre le diverse linee di un disegno, un filo, che attraversa le carrucole più alte N, O, P, Q mette in moto quest'ultima, e quindi il tiralinee a secondare i movimenti della punta C, e a descrivere figure simili. Premendo al basso in b, la squadrettta cde sfugge dalla presa del martelletto ab, la molla in M si allarga per sua natura alzandosi il punto p, e la pinna i urta il piattino q, per cui si alza il lapis o il tiralinee, sicchè non tocca più la carta. In questo modo ogni volta che qualche linea del disegno da ridursi fosse discontinua, basterà premere prima in b, far avvanzare la punta C fin dove riprende la linea, rimettere la squadretta sotto la presa, e continuar l'operazione.

Volendo usare questo istrumento per ridurre una mappa converrà prima aver fissato di quanto si voglia più piccola: per es. un quarto. Sui lati AB, CD, EF si troverà segnato $\frac{1}{4}$, avvegnacchè sui detti lati vi sono marcate delle linee di ottone, che formano una specie di scala di parti aliquote dei medesimi. Si facciano scorrere i pezzi E, F, K fino alla divisione $\frac{1}{4}$. Allora il punto K sarà sulla diagonale AC avendosi AE : EK :: AB : AD, e quindi cominciando ad operare col punto C sopra una data figura XYZ la punta K descriverà un'altra figura xyz, che avrà alla prima la ragione di $\frac{1}{4}$. Dopo ciò ognuno vedrà facilmente, che la figura di questo istrumento è la stessa 142., a cui si è tolta la riga GH siccome inutile, e però i suoi risultati sono geometrici, e quindi esatti. Devesi per altro aver l'avvertenza di traguardare i punti A, K, C se si trovano in linea retta, perchè ad ogni deviazione del punto K esso non si troverebbe più sulla diagonale e la riduzione non sarebbe esatta.

Della misurazione delle superficie sulle mappe topografiche.

306. Terminata una mappa spesse volte accade di dover conoscere in misura la superficie elevata, specialmente quando si tratta di proprietà o di Censo. Quì pure si usano diversi metodi secondo i casi particolari. Quello che è comunemente adottato è di condurre col lapis tante linee sottilissime sulla carta, quante se ne pensano d'uopo a dividere tutta la pianta in triangoli; indi misurare col compasso e colla scala la base e l'altezza di ciascun triangolo, e moltiplicare insieme queste due misure e prenderne la metà. In questo modo si avrà individualmente le aree di tutti i triangoli, che sommate assieme daranno in canne o metri quadrati la ricercata estensione della superficie elevata. Così se fosse ABCDEFG (*fig.* 144.) il disegno topografico di una data estensione di terreno, e si volesse conoscerne la superficie si dividerà in triangoli, come dimostra la figura, indi si calcoleranno i semiprodotti delle basi e delle altezze. Ma volendo affrettare l'operazione si farà valere una stessa base per due triangoli, per es. AF pei triangoli AGF, AEF, e moltiplicandola per la semisomma delle altezze *a*G, *b*F il prodotto darà i due triangoli insieme.

307. Se si potranno combinare per basi o per altezze le radiali misurate durante l'operazione, e si avranno contro di esse i numeri delle misure eseguite sul terreno sarà meglio. Poichè le piccole frazioni non si possono generalmente abbastanza apprezzare sulla scala, ed il meccanismo del compasso e degli altri istrumenti tolgono moltissimo all'esattezza delle misure. Quindi giova che le linee dei triangoli siano più lunghe che sia possibile,

mentre l'errore sarà sempre più piccolo in ragione della loro maggior lunghezza. Con tuttociò gli errori in gran parte si compensano, ed il valore della superficie, che se ne ricava in questo modo è bastantemente preciso per la pratica.

308. Un'altro metodo è quello della reticola usato dai geometri del Censo. Consiste questo in un telaio quadrato suddiviso in piccolissimi quadrati eguali col mezzo di fili sottilissimi. Ad ogni lato de' piccoli quadrati corrisponde una data misura della scala, che quanto più piccola darà la misura tanto più prossima al vero. Si posa questo telaio sulla pianta, si osserva quanti quadrati entrano sulla medesima, si calcolano a parte le frazioni di quadrati, e la somma di queste aree darà la superficie totale. Questa maniera è più spedita della precedente, ma meno esatta. Tuttavia quando non si ricerca una grandissima precisione essa può ottimamente servire all' uopo.

309. Nelle misure agrarie sarà utile, che il piccolo quadrato della reticola sia un' unità di misura superficiale, per es. di una tornatura, o di un'aliquota di tornatura. E perchè è bene che tale unità non sia tanto piccola, così giova che non sia neppur troppo grande, che le piccole possidenze non siano espresse da frazioni.

310. L'area occupata da una strada, da un fiume, o qualunque altro corso d'acqua, si considera come un rettangolo, che abbia la larghezza media e per base la linea sviluppata dell' andamento, e però sarà prossimamente uguale al prodotto dei numeri, che rappresentano tali linee. E simile approssimazione sarà sufficiente ne' casi pratici.

311. Se la pianta del terreno è stata levata collo squadro gioverà meglio fare la calcolazione sulla matrice, av-

vegnacchè su di essa sono notate le misure delle basi e delle altezze dei triangoli, trapezii, ec. che compongono l'intera estensione della data superficie.

312. Oltre queste regole geometriche di calcolazione non è mancato chi abbia inventato degl'istrumenti, che dassero subito il risultato della moltiplicazione. Tra questi in molt' uso presso i topografi evvi il *parallelogrammo trigonometrico* così chiamato, perchè dipende da una proprietà trigonometrica. Ma come io credo che possa spiegarsi anche colla semplice geometria, così lo descriverò e ne spiegherò il modo di adoprarlo chiamandolo parallelogrammo geometrico.

313. *Descrizione del parallelogrammo geometrico.*

Il parallelogrammo geometrico consiste in quattro righe di legno o di metallo disposte due a due eguali e parallele a forma di un parallelogrammo ABCD (*fig.* 145.). Sono esse mobili intorno agli angoli. Sul lato AD è disegnata una scala, le cui unità esprimono superficie triangolari corrispondenti ad una data dimensione lineare formata colla soluzione del seguente problema.

314. *Formare la scala delle aree corrispondenti a quella delle linee, che ha servito alla costruzione di una pianta.*

Fissata per unità delle misure superficiali la pertica censuaria di 1000 metri quadrati, (e quel che si dice di questa sarà egualmente applicabile a qualunque altra misura) si dupplichi questo numero, che potrà esprimere un rettangolo di data base e di data altezza, intanto che 1000 ne denoterà la metà, ossia un triangolo, che abbia la stessa base e la medesima altezza. Secondo la scala delle linee della pianta si misuri il lato AB (*fig. sud.*), e suppongasi di 50. metri. Si osservi quante volte questo numero si contiene in 2000, ed il quoto 40 darà l'unità della scala delle aree corrispondente a quella delle linee. Presa adunque la misura di 40 metri sulla scala delle linee, e portata successivamente sulla linea *pq* si notino le divisioni 0, 1, 2, 3, ec., che ne daranno in numeri interi le pertiche censuarie. E costruita sulla medesima *pq* una scala ticonica come al §. 207. si avranno anche le parti aliquote delle pertiche medesime.

Difatti sia il parallelogrammo in una posizione qualunque, e si conducano le perpendicolari BE, EF. L'area del triangolo ABE sarà uguale ad $\frac{AB \times EF.}{2}$ Suppongasi che la lunghezza FE misurata sulla scala *pq* sia di tre unità, ciò vorrà dire di 120 metri mentre ogni unità ne val 40. Quindi il triangolo ABE$=$ $\frac{50 \times 120}{2} = 3000$ metri quadrati, ossia tre unità superficiali, com'erano date dalla FE misurata sulla scala *pq*. Qualunque altro triangolo AGE che abbia la stessa base AE, ed il vertice G sulla BC, essendo compreso fra le medesime parallele, sarà uguale ad ABE (§. 122.), e quindi l'area sarà misurata dalla stessa FE. Dal che si vede che il principio del parallelogrammo geometrico è di ridurre i triangoli ad altri di base costante AB, e di altezza variabile secondo le misura della scala *pq*. E siccome la suddetta base moltiplicata per le unità della scala *pq* dà tante unità superficiali quante se ne misurano sulla scala medesima, così questo istrumento può servire egregiamente alla misurazione delle superficie senz'alcuna fatica di operazioni aritmetiche bastando lo scandagliare le altezze dei triangoli sulla scala delle aree.

315. Sul lato AB del parallelogrammo si può all'occorrenza disegnare un'altra scala per maggior comodità. Oggidì che le scale debbono avere un dato rapporto col vero, e sono di grandezza per convenzione prescritta alla qualità dei disegni (§. 207.), così con due scale si potrà cogliere il maggior numero dei casi. Tuttavia le scale segnate sui lati AB, AD potranno servire ad un disegno qualunque, purchè si conosca il rapporto che passa fra la scala delle linee adottata per la *pq*, e quella della pianta data. Ogni risultato conseguito col parallelogrammo moltiplicato pel quadrato di questo rapporto darà le superficie di un disegno, benchè fatto con scala differente a quella che ha servito di base alla *pq*. E perchè, come si è detto, tutte le scale hanno un rapporto col vero, così si troverà facilmente la ragione che hanno fra loro le scale lineari. Se per esempio la scala delle linee fosse stata di 1. millimetro per metro, e si volesse usare la scala *pq* avendo un altro disegno fatto colla scala di un millimetro per due metri, che corrisponde a quella del Censo, essendo in tal caso il rapporto geometrico di 1. 2, così converrebbe moltiplicare i risultati della *pq* per 4, che è il quadrato di detto rapporto, nel quale stanno fra loro le superficie (§. 197.) disegnate colle indicate scale.

316. *Spiegare l'uso del parallelogrammo geometrico.*

Divisa una mappa in triangoli si applichi la base AD (*fig. sud.*) del parallelogrammo alla IK di un triangolo dato: indi si mova il lato opposto BC, finchè passi pel vertice H. Con un compasso si prenda la IK, e si porti sulla pq da zero verso q, per es. in E. Si tenga ferma quest'ultima punta, e si stringa il compasso, finchè l'altra punta venga a toccare in F la riga AB. L'apertura che rimane misurata sulla scala pq darà l'area del triangolo dato. Difatti il triangolo IKH equivarrà sempre all'altro ABE, di cui vien data la misura dalla scala pq (§. 314.).

317. Il parallelogrammo geometrico può dare anche la superficie di un quadrilatero. Difatti sia MNOP (*fig.* 146.) il trapezio dato, su cui si sia condotta la diagonale PN. Si ponga il lato AD sulla PN, e l'opposto si faccia passare pel vertice M. Si tenga fermo il lato BC, finchè l'altro AD passi per O. La misura PN si porti col compasso sulla scala del lato AD, per es. in E, e si chiuda il compasso, finchè tocchi in F il lato AB. Sarà EF la perpendicolare, che misurata sulla scala segnata in AD darà il valore dell'area richiesta. Difatti il quadrilatero $\text{MNOP} = \frac{\text{PN}(\text{M}m + n\text{O})}{2} = \frac{\text{PN} \times \text{B}b}{2} = \frac{\text{AE} \times \text{B}b}{2}$. Ma essendosi fatta l'AB base costante di quanti si vogliano triangoli, così il triangolo $\text{ABE} = \text{PMNO} = \frac{\text{AE} \times \text{B}b}{2}$, sarà uguale ancora ad $\frac{\text{AB} \times \text{EF}}{2}$ ossia la misura di EF sulla scala delle superficie darà il cercato valore del quadrilatero.

318. *Descrizione del Tachimetro.*

Per misurare con sollecitudine le aree delle mappe del Censo di Milano fu inventato dal sig. Cairo un'ingegnoso istrumento, da lui chiamato *tachimetro*, ossia veloce misuratore, e costruito a meraviglia dall'egregio meccanico sig. Spring. Consiste questo in un telaio quadrato ABCD (*fig.* 147.) di ottone, del lato di un palmo e mezzo circa, sul quale è infissa una scala dentata della lunghezza di un decimetro. Dentro il medesimo è scorrevole un'altro telaio EFGH, ch'egli chiama *alidada*, che porta un'altra scala LK similmente di un decimetro. Il movimento si fa contro i lati AC, BD per mezzo di alcune ruote nascoste nei pezzi EF, HG. In M è una molla, che quando è ritenuta da un manubrio l'alidada EFGH può scorrere liberamente dentro l'altro telaio ABCD da B verso A, e al contrario. Quando è resa libera il moto non può seguire che da B verso A, mentre il contrario resta impedito dai denti della scala AB. Sull'altro lato GH vi sono due viti, che stringono più o meno l'alidada contro il telaio ABCD per regolarne il movimento, e renderlo uniforme. La scala LK è fornita di un pezzo N ossia indice scorrevole sulla medesima, che marca con una punta le lunghezze. Questo indice N ha una specie di coltello *a*, che urtando una ruota dentata nascosta in K fa segnare con numeri le volte, che detto pezzo ha scorso la scala. Un tal numero di volte si vede segnato in *b*, e la ruota è suscettibile di mostrarne fino a 20. In *c* è la chiave per montare la ruota allo zero.

319. *Spiegare l'uso del tachimetro.*

Sia XYZ (*fig. sud.*) una mappa da misurarsi. Si porti la macchina sopra il disegno, così che LK cada sulla retta XY. Si faccia che il punto L si sovraponga al punto X, e che l'indice N si trovi al principio della scala ossia in L. Stabilito così l'istrumento s'incominci l'operazione. Stando ferma la scala LK si mova solamente l'indice da X, e si tiri sopra Y. Si tragga avanti l'alidada di un passo ossia di un dente sulla scala BA, e senza toccare la punta N si faccia scorrere da destra a sinistra la scala LK, finchè N venga sul contorno XVZ. Allora si guidi l'indice N sul contorno YTZ senza movere la scala LK, e di nuovo si faccia progredire di un passo l'alidada. Si mova poscia da destra a sinistra la scala senza alterar l'indice, finchè lo stesso indice torni sul contorno XVZ, e così di seguito. Nel ripetere l'operazione accadrà che l'indice N compia il corso della scala senza che la misura sia finita, e senza che si trovi generalmente sopra un contorno o segno fisso della mappa. Nel primo caso il coltello *a* unito all'indice andrà ad urtare la rota dentata in *b* facendola avanzare di un dente con che si presenterà il numero progressivo susseguente ch'era segnato in *b*, e così marcherà un'intero spazio della scala. Nel secondo caso è da sapersi, che unito all'indice N è una punta finissima come di ago raccomandata al cerchietto che dimostra la figura, sicchè compressa fora leggermente la carta della mappa, e così lascia un segno, onde riconoscere dov'è finito l'intero corso della scala. Con questi artificii non si ha che a riprendere l'operazione portando il punto L e l'indice N su questo piccolo foro, e continuarla nel modo descritto fino al termine della mappa. Il numero che si troverà marcato in *a* sarà quello delle volte, con che l'indice avrà percorsa la scala LK, e darà l'area della pianta. Infatti con siffatta operazione non si fa che decomporre la mappa in tanti rettangoli, che hanno per altezza un dente dell'AB ossia un millimetro, e per base la L *a* ossia 100 millimetri. Onde se la scala del disegno fosse di un millimetro per metro, ogni intero passaggio dell'indice N da L fino in *a* rappresenterebbe 100 metri quadrati, e così se in *b* fosse segnato 8, e l'indice N al termine dell'operazione fosse rimasto al 75 della scala LK si direbbe che la mappa era di 875 metri quadrati. E quì si tenga ferma l'osservazione fatta al §. 315., che se la scala della mappa sia diversa da quella dell'istrumento, ciò non cangierà punto il risultato quando si conosca il rapporto di quella a questa. Così se la scala del disegno fosse di un millimetro per due metri come usa il Censo, allora ogni dente della BA esprimerebbe due metri, e la scala LK 200 metri, e quindi rappresenterebbe un rettangolo di 400 metri quadrati. L'istrumento essendo stato ideato per uso del Censo onde misurare le mappe dei tanti geometri, che faceano la topografia delle provincie, così non avea d'uopo di altra considerazione sulle scale. Ma può servire comodamente agli agrimensori, quando fra la scala della mappa e le scale AB, LK esista un rapporto. Del resto con poca pratica si rende ben presto familiare l'esercizio di questo istrumento, che può dare con gran sollecitudine e senza calcoli la quadratura delle superficie dei terreni.