

www.e-rara.ch

**Euclidis Elementa Geometrica, Novo Ordine Ac Methodo Fere,
Demonstrata**

Euclides

Londini, 1678

Zentralbibliothek Zürich

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-52071>

Caput primum. De lineis rectis.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

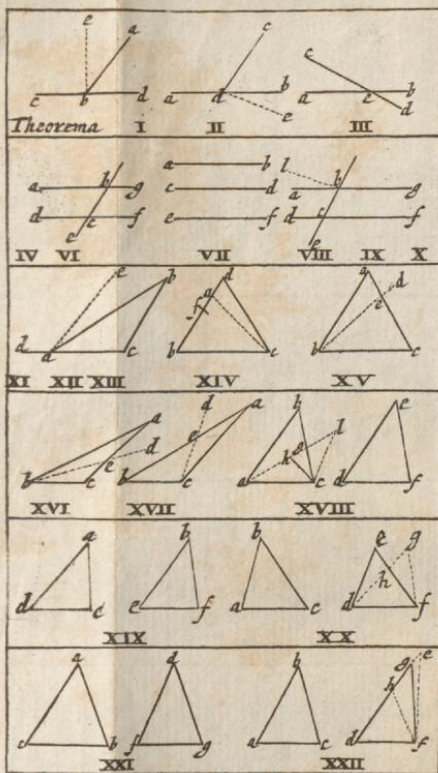
e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]



CAPUT PRIMUM.

DE LINEIS RECTIS.

DEFINITIONES.

1. **P**unctum est, cujus pars nulla est.
2. Linea, est longitudo latitudinis expers.
3. Linea recta est, quæ inter duo puncta posita est omnium brevissima.
4. Superficies est longitudo & latitudo profunditatis expers.
5. Superficies plana est, quæ inter duas lineas rectas sese secantes posita est omnium brevissima.
6. Angulus est, duarum linearum se mutuo tangentium, alterius ad alteram inclinatio: lineam autem ad aliam inclinari dicimus, cujus pars una præ alterâ ad aliam lineam accedit.
7. Angulus rectilineus est, quem continent lineæ rectæ; curvilineus, quem curvæ; mixtus, quem recta & curva, &c.
8. Angulus rectus est, quando linea recta insistens lineæ rectæ, facit utrimque angulos æquales.

9. Obtusus est, qui major est recto.
 10. Acutus vero, qui minor est recto.
 11. Parallelæ lineæ sunt, quæ non
 inclinantur ad se mutuò.

A X I O M A T A.

I. **D**uabus lineis non est segmen-
 tum five pars aliqua utrique
 communis. Inter duo puncta non con-
 sistunt plures lineæ rectæ; nec inter du-
 as lineas plures superficies aut anguli
 plani, nisi coincident.

2. Omnes anguli recti sunt invicem
 æquales.

3. Duæ lineæ non inclinantur ad se
 mutuò: quando earum una non magis
 quàm altera versus eandem partem in-
 clinatur ad aliquam tertiam. *Sicuti*
duo homines, nunquam assequuntur sese
mutuo, quando eorum unus, non magis
celeriter quam alter, per eandem viam
currit ad eundem terminum.

4. Quæ sibi mutuo superimposita
 congruunt, sunt æqualia. *Et vice versâ.*
 Lineæ, & ex hisce compositi anguli,
 qui æquales sunt, congruent, si hæc ita
 sibi mutuo imponantur, ut eorum ex-
 tremum unum, alterius extremo re-
 spondeat.

5. Totum est majus suâ parte, &
 æquale

æquale omnibus suis partibus simul sumptis.

6. Quæ eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia.

7. Quæ sunt ejusdem, aut æqualium dimidia aut dupla; sunt sibi invicem æqualia.

8. Si æqualibus addantur aut auferantur æqualia, manent æqualia.

9. Si inæqualibus addantur aut auferantur æqualia, manent inæqualia.

§. I.

DE LINEIS

SESE SECANTIBUS.

THEOREMA I.

Duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis æquales, fieri à duabus lineis rectis quarum una alteri insistit.

Propositio
Euclidis
13.

SI recta AB constiterit super rectam CD. Dico angulos CBA, & ABD, æquales esse duobus rectis: si enim hi anguli non sunt recti; sint recti EBC, & EBD; sed his æquales sunt anguli hi tres EBC, & EBA, & ABD^a; & his tribus æquales sunt anguli ABC, & ABD, utpote partes totius;

^a Ax. 5.

^b Ax. 5.^c Ax. 6.

us ^b; ergo & hi æquales sunt duobus
rectis ^c: quod erat demonstrandum.

THEOREMA II.

P. E. 14.

Lineam rectam illam esse, quæ cum alterâ insistente, facit angulos duos aut rectos, aut duobus rectis æquales.

^e Th. 1.^a Ax. 6.^f Ax. 8.^g Ax. 5.

SI in lineam A B inciderit altera C D, feceritque duos angulos C D A, & C D B, æquales duobus rectis: Dico lineam A D B esse rectam: si enim illa recta non sit, sit recta A D E, erunt ergo anguli A D C, & C D E æquales duobus rectis ^d, sed & anguli A D C, & C D B sunt æquales duobus rectis, ex hypothesi; ergo hi duo anguli A D C, & C D B simul sumpti sunt æquales duobus angulis simul sumptis A D C, & C D E ^e: ergo ablato communi A D C, remanet C D B, æqualis ipsi C D E ^f, atque sic erit pars æqualis toti, quod est impossibile ^g, ergo linea A D E non est recta, ergo A D B, quod erat demonstrandum.

THEOREMA III.

P. E. 15.

Angulos sibi mutuò ad verticem oppositos æquales esse.

SI rectæ duæ A B, C D, se mutuò secuerint in E. Dico Angulos
 $\angle A E C,$

A E C, & D E B, qui sibi ad verticem
 opponuntur, inter se esse æquales: quia
 anguli A E C, & C E B sunt æquales
 duobus rectis ^d, similiter anguli recti ^d Th. 1.
 sunt æquales inter se ^e, ergo hi duo ^e Ax. 2.
 anguli simul sumpti A E C, & C E B,
 sunt æquales angulis C E B, & B E D
 simul sumptis ^f, ablato ergo communi ^f Ax. 6.
 B E C, remanent anguli C E A, &
 B E D inter se æquales, quod erat de-
 monstrandum.

§. II.

D E

LINEIS PARALLELIS.

THEOREMA IV.

*Parallelas eas esse lineas, quæ cum lineâ P. E. 28.
 incidente faciunt angulum externum,
 interno & opposito æqualem.*

SI fuerint anguli, A B C internus, &
 D C E externus & oppositus, inter
 se æquales. Dico Parallelas esse lineas
 A G, & D F: quia enim, ex hypo-
 thesi anguli A B C, & D C E sunt æ-
 quales, non inclinabitur A B magis,
 quàm linea D C ad lineam B C ^g, ergo per Axioma 3. lineæ A B & D C
 non inclinabuntur ad se mutuò, ergo
 per

^g Def. 6.

per Definitionem 11. erunt parallelæ hæ lineæ, quod erat demonstrandum.

THEOREMA V.

P. E. 27. *Parallelas eas esse lineas, quæ cum lineâ incidente faciunt duos angulos internos, alternatim oppositos, æquales inter se.*

SI angulus ABC sibi alterno BCF fuerit æqualis. Dico parallelas esse lineas AG, DF: quia angulus BCF utpote ad verticem æqualis est angulo DCE^a, ergo angulus DCE externus, æqualis est interno & opposito ABC^b, ergo parallelæ sunt lineæ AG, DF^c; quod erat demonstrandum.

^a Th. 3.

^b Ax. 6.

^c Th. 4.

THEOREMA VI.

P. E. 28. *Parallelas eas esse lineas, quæ cum lineâ incidente faciunt duos angulos internos ad eandem partem oppositos, æquales duobus angulis rectis.*

SI duo anguli interni ABC, & DCB fuerint duobus rectis æquales. Dico parallelas esse lineas AG, & DF: quia anguli DCE, DCB sunt æquales duobus rectis^d, sed & anguli DCB, & ABC sunt æquales duobus rectis ex hypothesi; & omnes duo recti

^d Th. 1.

recti sunt æquales inter se^e, ergo hi^e Ax. 2.
 duo anguli ECD, DCB sunt æqua-
 les duobus angulis DCB, CBA^f, ab-^f Ax. 6.
 lato ergo communi DCB, remanet
 angulus DCE externus æqualis in-
 terno & opposito ABC, ideóque^g Th. 4.
 parallelæ erunt lineæ AG, & DF;
 quod erat demonstrandum.

THEOREMA VII.

*Parallelas inter se eas esse lineas, quæ P. E. 30.
 parallelæ sunt ad unam tertiam.*

Sint AB, CD parallelæ ad unam
 tertiam EF. Dico has lineas AB,
 & CD parallelas quoque esse inter se:
 quoniam enim hæ ex hypothesi sunt
 parallelæ ad EF, ideo non inclinan-
 tur ad EF^a; ergo nec ad hanc ma-^a Def. 11.
 gis inclinabitur AB quàm CD, sed
 quando duarum linearum una non ma-
 gis inclinatur, quàm altera ad unam
 tertiam, tum illæ non inclinantur ad se
 mutuo^b, ergo AB & CD non in-^b Ax. 3.
 clinantur ad se mutuo, ergo & inter se
 parallelæ sunt^c, quod erat demon-^c Def. 11.
 strandum.

THEO

THEOREMA VIII.

P. E. 29. *Angulum externum, interno & opposito æqualem esse, quando lineæ sunt parallelæ, in quas alia recta linea incidit.*

SI fuerint parallelæ lineæ A G, D F.

Dico angulum externum D C E, & internum & oppositum A B C inter se æquales esse : si enim æquales non sint; fit angulus L B C æqualis cum angulo D C E, erit ergo linea L B parallela ad lineam D C ^d; sed & ex suppositione est linea A B parallela ad eandem lineam D C, ergo linea A B, & L B sunt parallelæ ad se mutuo^e; cum tamen sese mutuo secant in B, sive quod idem est inclinentur ad se mutuo; quod est contra Definitionem parallelarum ^f, ergo linea A B & D C faciunt angulos, externum & internum oppositum, æquales, quod erat demonstrandum.

^d Th. 4.

^e Th. 7.

^f Def. 11.

THEOREMA IX.

P. E. 29. *Angulos alternos æquales esse, quando lineæ sunt parallelæ, in quas alia recta linea incidit.*

SI parallelæ fuerint lineæ A G, D F.

Dico angulum A B C æqualem esse angulo alterno B C F, quia angulus B C F

BCF est æqualis angulo DCE^a, sed^a Th. 3.
 hic est æqualis angulo ABC^b, ergo^b Th. 8.
 & hic angulo alterno BCF^c, quod^c Ax. 6.
 erat demonstrandum.

THEOREMA X.

Angulos duos internos æquales esse duo- P.E. 29.
 bus rectis, quando lineæ sunt parallelæ,
 in quas aliâ rectâ lineâ incidit.

SI parallelæ fuerint lineæ. Dico angulos duos internos, & oppositos ABC, DCB æquales esse duobus rectis, quia duo anguli DCE, & DCB sunt æquales duobus rectis^d, ^d Th. 1.
 sed angulo DCE est æqualis angulus ABC^e, ergo angulus ABC, & DCB^e Th. 8.
 sunt æquales duobus rectis^f, quod^f Ax. 6.
 erat demonstrandum.

CAPUT II.

DE

TRIANGULIS.

DEFINITIONES.

12. **F**igura est spatium, quod aliquo
 vel aliquibus terminis claudi-
 tur.

13. Fi-