

www.e-rara.ch

Elementorum Euclidis libri XV ad graeci contextus ...

Euclides

Lipsiae, 1743

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 5146

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-3798>

Liber VIII.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

E V C L I D I S

E L E M E N T O R V M

L I B E R V I I I .

✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽ ✽

PROP. I. THEOR.

A 8 , B 12 , C 18 , D 27

Si sint quotcunque numeri A, B, C, D deinceps proportionales, quorum extremi A, D sint inter se primi: minimi erunt omnium eandem cum ipsis rationem habentium.

Si negas: sint totidem alii E, F, G, H minores in eadem ratione. Ergo ex aequo^a A:D a. 14. 7.

E:H. Quare quum A, D, primi inter se, sint quoque^β minimi: et metientur illi ipsos^β. 23. 7.
E, H, se ipsis minores. Q. E. A. γ. cor. 21. 7.

PROP. II. PROBL.

Numeros inuenire deinceps proportionales minimos, quotcunque quis imperauerit, in data ratione.

A 2 , B 3

A² 4 , AB 6 , B² 9

A³ 8 , A²B 12 , AB² 18 , B³ 27

1. Sint A, B minimi^δ in data ratione: erunt δ. 35. 7.
A², AB, B² tres deinceps proportionales minimi in data ratione.

N

Nam

$$\begin{array}{l} A^2 \quad 4, \quad B^3 \quad 27 \\ A^2 \quad 4, \quad AB \quad 6, \quad B^2 \quad 9 \\ A^3 \quad 8, \quad A^2B \quad 12, \quad AB^2 \quad 18, \quad B^3 \quad 27 \end{array}$$

3. 18. 7.
 2. 24. 7.
 4. 29. 7.
 3. 1. 8.

Nam $A^2 : AB = A : B = AB : B^2$. Et quia A, B primi inter se² sunt, ideoque etiam A^2, B^2 primi⁷ sunt inter se: patet³, A^2, AB, B^2 minimos esse in ratione A : B. Q. E. F.

2. Sint iterum A, B minimi in data ratione: erunt A^3, A^2B, AB^2 & B^3 quatuor minimi in data ratione deinceps proportionales.

10. 17. 7.
 11. 24. 8.
 29. 7.

Nam similes sunt eidem rationi A : B sequentes¹⁰ $A^3 : A^2B, A^2B : AB^2, AB^2 : B^3$. Quum igitur A^3, B^3 inter se¹¹ primi sint: erunt A^3, A^2B, AB^2, B^3 quatuor minimi in data ratione continue proportionales. Et eodem modo quotcunque proportionales inuestigantur. Q. E. F.

Corollaria.

1. Ex hoc manifestum est, si tres numeri deinceps proportionales minimi fuerint omnium eandem cum ipsis rationem habentium; extremos eorum quadratos esse; si vero quatuor; esse cubos.

* 2. Et patet simul, latera extremorum esse duos illos numeros, qui minimi sunt in data ratione.

PROP. III. THEOR.

Si sint quotcunque numeri A, B, C, D deinceps proportionales minimi omnium eandem cum ipsis rationem habentium: eorum extremi A, D primi inter se erunt.

Sum.

A 8, B 12, C 18, D 27

E, 2, F 3

G 4, H 6, K 9

L 8, M 12, N 18, O 27

Sumtis enim^u duobus minimis numeris E, F, ^{u. 35. 7. & 2. 8.}
 & tribus G, H, K, & sic deinceps pluribus mini-
 mis continue proportionalibus in eadem ratio-
 ne A: B, donec peruentum sit ad totidem L, M,
 N, O, quot sunt propositi A, B, C, D: erit vnus-
 quisque ipsorum L, M, N, O vnicuique ipsorum
 A, B, C, D aequalis. Sed $L = E^3$, & $O = F^3$.
 Ergo quia^r L, O primi inter se sunt: et-
 iam A, D inter se primi erunt. Q. E. D. ^{v. 29. 7. & 24. 7.}

PROP. IV. PROBL.

*Rationibus datis quocunque, A: B, C: D,
 E: F in minimis numeris, numeros inuenire de-
 inceps minimos in datis rationibus.*

A 2, B 5, C 3, D 4, E 5, F 6

H 6, G 15, K 20, L 24

N O M P

Sume $\frac{1}{2}$ minimum G quem B & C metian-
 tur, & duos alios H, K, quos ipsi A, D aequa-
 metiantur, ac ipsi B & C numerum G. ^{ξ. 36. 7.}

Cas. 1. Iam si E quoque metitur ipsum K,
 sume numerum L, quem F toties metiatur,
 quoties E ipsum K. Dico factum.

Nam^o est $H: G = A: B$, & $G: K = C: D$, ^{o. 20. def. 7. & 13. 7.}
 & $K: L = E: F$. Si vero neges H, G, K, L mi-
 nimos esse eorum, qui in rationibus propositis
 sunt deinceps proportionales: sint alii N, O, M,
 P minimi. Et quia est $A: B = N: O$; A vero
 N 2 &

A 2, B 5, C 3, D 4, E 5, F 6
 H 6, G 15, K 20, L 24
 N O M P

π . cor. 21. 7. & B minimi sunt: B metietur π O. Eadem
 2. 37. 7. ratione C metietur ipsum O. Quare ϵ etiam
 G metietur numerum O, maior minorem.
 Q. E. A.

A 4, B 5, C 2, D 3, E 4, F 3
 H 8, G 10, K 15
 N 32, O 40, M 60, P 45
 Q R S T

Cas. 2. At si non metiatur E ipsum K: su-
 me minimum M quem E & K metiantur; &
 duos N, O quos ipsi H, G aequae metiantur,
 ac K ipsum M, item quantum P, quem F ae-
 que metiatur, ac E ipsum M. Dico factum.

20. def. 7. Est enim $A : B = H : G = N : O$, item C:
 & 13. 7. $D = G : K = O : M$, & $E : F = M : P$. Si
 vero neges: minimos esse N, O, M, P: sint
 Q, R, S, T minimi in datis rationibus. Quum
 ergo sit $A : B = Q : R$; & A, B minimi sint:
 B metietur π R. Eadem ratione C metietur
 R: ergo & ϵ G metietur eundem R. Quare
 quum sit $G : K = C : D = R : S$: numerus K
 metietur S. Sed quia $E : F = S : T$, & E, F
 minimi sunt: metietur quoque E ipsum S. Er-
 go ϵ tandem M metiretur S, maior minorem.
 Q. E. A.

PROP.

PROP. V. THEOR.

A 2	C 4	BC 12	<i>Plani numeri AB, CD rationem habent ex la- teribus A, C, & B, D compositam AB: CD = (A: C) + (B: D).</i>
B 3	D 5		
AB 6	CD 20		
E 3, F 6, G 10			

Nam sumtis^σ deinceps minimis E, F, G in^σ. 4. 8.
 datis rationibus A: C & B: D; quia E: G =^{τ τ}. 5. def. 6.
 (E: F) + (F: G): erit E: G = (A: C) + (B: D).
 Iam B ipsum C multiplicans faciat BC: & erit
 AB: BC =^υ A: C =^φ E: F. Similiter BC: υ. 17. 7.
 CD =^υ B: D =^φ F: G. Ergo ex aequo φ. constr.
 AB: CD =^κ E: G = (A: C) + (B: D). Q. κ. 14. 7.
 E. D.

PROP. VI. THEOR.

A 16, B 24, C 36, D 54, E 81
 F 4, G 6, H 9

*Si fuerint quotcunque numeri A, B, C, D, E
 deinceps proportionales; primus autem A secun-
 dum B non metiatur: neque alius aliquis ullum
 metietur.*

1. Numeros hos deinceps se non metiri
 patet: quia si B metiretur C, A etiam metire-
 tur^α ipsum B, contra hypothefin. α. 20. def. 7.
 2. Nec ullus, ut A, ullum, ut C, metie-
 tur. Quot enim sint sumti A, B, C, tot su-
 mantur minimi^β numeri in eadem ratione, β. 35. 7.
 qui sint F, G, H: hinc erit^γ A: C = F: H. Sed γ. 14. 7.
 quia A: B = F: G, & A non metitur B: ne-
 que F metietur G; quare F vnitas esse^δ ne- δ. 6. ax. 7.
 quit. Hinc, quum F & H primi^ε sint inter ε. 3. 8.

N 3

se,

ζ. 12. def. 7. se, F nequit ζ metiri ipsum H. Ergo nec A
 η. 20. def. 7. metiri potest α ipsum C. Q. E. D.

PROP. VII. THEOR.

A 2, B 4, C 8, D 16

Si fuerint quotcunque numeri deinceps proportionales ($\div$ A, B, C, D), primus autem A metiatur extremum D: & secundum B metietur.

η. 6. 8.

Si negas: neque alius aliquis vllum η metietur, ergo nec A ipsum D; contra hypothesin.

PROP. VIII. THEOR.

A 2, C 4, D 8, B 16

G 1, H 2, K 4, L 8

E 3, M 6, N 12, F 24

Si inter duos numeros A, B numeri deinceps proportionales C, D ceciderint:

quot inter eos cadunt numeri deinceps proportionales, totidem & inter alios E, F, eandem cum ipsis A, B rationem habentes, cadent.

θ. 35. 7.

ι. 3. 8.

κ. 14. 7.

λ. hyp.

μ. 23. 7.

ν. 21. 7.

Sumtis enim θ totidem minimis G, H, K, L, quot sunt numeri A, B, C, D, & in eadem ratione: erunt G & L ᵀ primi inter se, & ex aequo erit α $G : L = A : B = \wedge E : F$. Sunt autem μ G & L minimi: ergo ν G aequaliter metitur ipsum E, atque L ipsum F. Sed quoties G metitur E, toties numeri H, K metiantur ipsos M, N. Numeri ergo G, H, K, L ipsos E, M, N, F aequaliter metientur; ideo-
 ξ. 20. def. 7. que ζ numeri G, H, K, L in eadem ratione
 & 13. 7. erunt, in qua sunt E, M, N, F. Ergo E, M,
 N, F

N, F eandem cum ipsis A, C, D, B rationem habebunt, & ergo deinceps proportionales erunt. Tot igitur inter E, F cadunt deinceps proportionales, quot inter A & B. Q. E. D.

PROP. IX. THEOR.

$A_8, C_{12}, D_{18}, B_{27}$
 E_1
 F_2, G_3
 H_4, K_6, L_9
 $M_8, N_{12}, O_{18}, P_{27}$

ipsos A, B cadunt numeri deinceps proportionales, totidem & inter utrumque ipsorum A, B & unitatem E deinceps proportionales cadent.

Summe enim^o in eadem ratione, in qua sunt^o 35. 7. &
A, C, D, B, duos minimos F, G, & tres mini-^{3. 8.}
mos H, K, L, & sic porro donec fumtorum
M, N, O, P multitudo aequalis fiat multitudini
datorum A, C, D, B. Hinc, quia & A, C,
D, B minimi^π sunt in eadem ratione, erit^{π. 1. 8.}
A=M, C=N, D=O, B=P. Et quia^{g. cor. 2. 8.}
H=F²: erit E: F= F: H. Similiter quia^{σ. cor. 17. 7.}
A=M=HF: erit E: F=H: A. Ergo
∴ E, F, H, A. Eodem modo demonstratur,
esse ∴ E, G, L, B. Q. E. D.

PROP. X. THEOR.

Si inter duos numeros A, B, & unitatem C
deinceps proportionales numeri D, E, & F, G
ceiderint: quot inter utrumque ipsorum A, B
& unitatem C cadunt numeri deinceps propor-
tionales,

N 4

N 4

rionales,

tionales, totidem & inter ipsos A, B numeri deinceps proportionales cadent.

Numerus enim D
 A 8, K 12, L 18, B 27 ipsum F multiplicans
 E 4, H 6, G 9 faciat H, & sumatur
 D 2, F 3 $K = HD$, & $L = HF$.
 C 1 Et quia ponitur C:
 $D = D : E$; C vero

τ . 5. ax. 7. ipsum D metitur τ per D: metietur ν quoque
 ν . 20. def. 7. D ipsum E per D; & ergo $E = \varphi D^2$. Rur-
 ϕ . 9. ax. 7. sus quia ponitur C: $D = E : A$: erit $A = ED$.
 Eadem ratione $G = F^2$, & $B = GF$. Quum
 ergo sit $E = D^2$ & $H = FD$: erit $D : F = \approx$
 $E : H$. Item quia $H = FD$, & $G = F^2$:
 erit $D : F = H : G$. Ergo $E : H = H : G$.
 Rursus quia $K = HD$, & $L = HF$: erit $A : K$
 $\approx E : H = D : F = \psi K : L$. Similiter quia
 $L = HF$, & $B = GF$: erit $L : B = \approx H : G =$
 $E : H$. Quare $\div \div A, K, L, B$. Q. E. D.

PROP. XI. THEOR.

A^2 4, AB 6, B^2 9 Inter duos numeros
 A^2 , B^2 , unus
 A^2 , B^2 quadratos A^2 , B^2 , unus
 medius proportionalis AB
 cadit. Et quadratus A^2 ad quadratum B^2 du-
 plicatam rationem habet eius, quam latus A ha-
 bet ad latus B.

α . 18. 7. 1. Est enim $A^2 : AB = \alpha A : B = \beta AB : B^2$.
 β . 17. 7. Q. E. D.

2. Quia (per dem.) $\div \div A^2, AB, B^2$: erit
 γ . 10. def. 5. $A^2 : B^2 = \gamma (A^2 : AB)^2 = (A : B)^2$. Q. E. D.

PROP.

PROP. XII. THEOR.

$$A^3 \ 8, \ A^2B \ 12, \ AB^2 \ 18, \ B^3 \ 27$$

$$A^2 \ 4, \ AB \ 6, \ B^2 \ 9$$

$$A \ 2, \ B \ 3$$

Inter duos numeros cubos A^3, B^3 , duo medii proportionales A^2B, AB^2 cadunt. Et cubus A^3 ad cubum B^3 triplicatam habet rationem eius, quam latus A habet ad latus B .

1. Nam $A : B =^{\delta} A^2 : AB$, & $A : B =^{\epsilon} AB : B^2$. δ . 18. 7.

Sed $A^3 : A^2B =^{\delta} A^2 : AB = A : B$. Rur-
sus $A^2B : AB^2 =^{\epsilon} A : B$, item $AB^2 : B^3 =^{\epsilon}$ ϵ . 17. 7.

$AB : B^2 = A : B$. Ergo $\div \div A^3, A^2B, AB^2, B^3$.

Q. E. D.

2. Quia (per dem.) $\div \div A^3, A^2B, AB^2, B^3 : 2$. ii. def. 5.

erit $A^3 : B^3 =^2 (A^3 : A^2B)^3 = (A : B)^3$. Q.

E. D.

PROP. XIII. THEOR.

$$A \ 2, \ B \ 4, \ C \ 8$$

$$A^2 \ 4, \ AB \ 8, \ B^2 \ 16, \ BC \ 32, \ C^2 \ 64$$

$$A^3 \ 8, \ A^2B \ 16, \ AB^2 \ 32, \ B^3 \ 64, \ B^2C \ 128, \ BC^2 \ 256, \ C^3 \ 512$$

Si sint quotcunque numeri A, B, C deinceps proportionales, & unusquisque se ipsum multiplicans faciat aliquos A^2, B^2, C^2 : facti ex ipsis proportionales erunt. Et si positi a principio numeri A, B, C factos A^2, B^2, C^2 multiplicantes, alios A^3, B^3, C^3 faciant, & ipsi proportionales erunt. Et semper circa extremos hoc contingit.

Expositis enim numeris AB, BC, A^2B, AB^2, B^2C & BC^2 : erit $\div \div A^2, AB, B^2$, item $\div \div A^3$, ii. 2. 8.
 A^2B, AB^2, B^3 , & erunt omnium horum numerorum rationes eadem rationi $A : B$. Similiter B^2, BC, C^2 sunt deinceps proportionales

A 2, B 4, C 8

A^2 4, AB 8, B^2 16, BC 32, C^2 64
 A^3 8, A^2B 16, AB^2 32, B^3 64, B^2C 128, BC^2 256, C^3 512

in ratione B : C, pariterque B^3 , B^2C , BC^2 , C^3
 in eadem ratione deinceps proportionales.
 Ergo quia, $A : B = B : C$, erunt A^2 , AB, B^2 in
 eadem ratione, in qua B^2 , BC, C^2 ; nec non
 A^3 , A^2B , AB^2 , B^3 in eadem ratione, in qua
 B^3 , B^2C , BC^2 , C^3 . Sunt autem tam illi quam
 hi inter se multitudine pares. Ergo ex æ-
 quo $A^2 : B^2 = B^2 : C^2$; & $A^3 : B^3 = B^3 : C^3$.
 Q. E. D.

PROP. XIV. THEOR.

A 2, B 4

A^2 4, AB 8, B^2 16

*Si numerus quadratus
 A^2 metiatur quadratum
 numerum B^2 : & latus
 A latus B metietur. Et si latus A metiatur
 latus B : & quadratus A^2 quadratum B^2 me-
 tietur.*

x. 2. 8.

1. Sumto enim numero AB, erunt x deinceps proportionales A^2 , AB, B^2 in ratione A ad B. Ergo A^2 metietur $\wedge$ AB. Hinc quia
 $A^2 : AB = A : B$, metietur etiam μ A ipsum B.
 Q. E. D.

λ. 7. 8.

μ. 20. def. 7.

ν. 18. 7.

2. Si A metitur B : quia $A : B = A^2 : AB$,
 A^2 quoque metietur μ AB. Et quia $A^2 : AB = A^2 : B^2$: metietur μ & AB ipsum B^2 . Er-
 go A^2 metietur B^2 . Q. E. D.

ξ. 11. ax. 7.

PROP.

PROP. XV. THEOR.

$$A^3 \ 8, \ A^2B \ 16, \ AB^2 \ 32, \ B^3 \ 64$$

$$A^2 \ 4, \ AB \ 8, \ B^2 \ 16$$

$$A \ 2, \ B \ 4$$

Si numerus cubus A^3 metiatur cubum numerum B^3 : & latus A latus B metietur. Et si latus A latus B metiatur: & cubus A^3 cubum B^3 metietur.

1. Sumtis enim numeris A^2B , AB^2 , quia^o deinceps in ratione A ad B proportionales sunt A^3 , A^2B , AB^2 , B^3 , & A^3 ipsum B^3 metitur; metietur & A^3 ipsum A^2B . Quare quum sit $A^3 : A^2B = A : B$: metietur & A^3 ipsum B . $Q. E. D.$

2. Quia, iisdem sumtis, est^o $A : B = A^3 : A^2B$, & A ipsum B metiri ponitur: metietur & A^3 ipsum A^2B . Quare quum sit $A^3 : A^2B = A : B$: patet & A^3 ipsum B^3 metiri. $Q. E. D.$

PROP. XVI. THEOR.

Si numerus quadratus A^2 non metiatur quadratum numerum B^2 : neque latus A latus B metietur. Et si latus A non metiatur latus B : neque hic quadratus A^2 quadratum B^2 .

1. Si enim A metiretur B : A^2 etiam metiretur B^2 ; contra hypothesin. $\sigma. 14. 8.$

2. Et si A^2 metiretur B^2 : A etiam metiretur B ; contra hypothesin.

PROP.

*Inter duos similes solidos numeros ABC, DEF
duo medii proportionales BCD, BDF cadunt.
Et solidus ABC ad similem solidum DEF tri-
plicatam rationem habet eius, quam latus ho-
mologum A, vel B, vel C habet ad homologum
latus D, vel E, vel F.*

1. Capiantur enim numeri AB, BD, DE,
BCD, BDF. Et quia $A : B = D : E$ erunt $\downarrow$ α . hyp.
AB, DE similes plani, & $\div \div$ ω AB, BD, DE in ψ . 21. def. 7.
ratione $A : D$, vel $B : E$, vel $C : F$. Est autem ω . 18. 8.
 $ABC : BCD = AB : BD$, & $BDF : DEF =$ α . 17. 7.
 $BD : DE$. Quare $ABC : BCD = BDF : DEF$
 $= C : F$. Denique $BCD : BDF = C : F$.
Ergo $\div \div$ ABC, BCD, BDF, DEF. Q. E. D.

2. Quia ergo $\div \div$ ABC, BCD, BDF, DEF:
erit $ABC : DEF = (ABC : BCD)^3 = (C : \beta$. 11. def. 5.
 $F)^3 = (B : E)^3 = (A : D)^3$. Q. E. D. γ . dem.

* Cor. Ergo inter duos similes solidos cadunt
duo medii proportionales in ratione laterum ho-
mologorum.

PROP. XX. THEOR.

*Si inter duos nume-
ros A, B unus medius
proportionalis C cadat:
numeri A, B similes plani erunt.*

Sume minimos D, E in ratione A ad C. Er-
go δ D ipsum A aequaliter metietur, ac E ip- δ . 21. 7.
sum C. Metiatur D ipsum A per F. Ergo
 $DF = A$, & $EF = C$. Ergo A planus ζ ϵ . 9. ax. 7.
numerus est, cuius latera sunt D, F. Rursus ζ 16. def. 7.
quia $A : C = C : B$ minimi quoque D, E α . hyp.
sunt

$A\ 8, C\ 12, B\ 18$ sunt in ratione $C : B$.
 $D\ 2, E\ 3, F\ 4, G\ 6$ Hinc si D metiatur
 ipsum C per G , E me-
 tietur quoque B per G . Ergo $DG = C$, &
 $EG = B$. Quare & B est numerus planus. Et
 quia $DG = C = EF$, ideoque $D : F = E : G$:
 erunt A & B similes * numeri plani. Q.
 E. D.

PROP. XXI. THEOR.

$A\ 24, C\ 72, D\ 216, B\ 648$
 $E\ 1, F\ 3, G\ 9$
 $H\ 1, K\ 1, N\ 24, L\ 3, M\ 3, O\ 72$

Si inter duos numeros A, B duo medii proportionales C, D cadant: numeri A, B similes solidi erunt.

Sume^λ tres minimos E, F, G eandem cum
 A, C, D rationem habentes, & ergo deinceps
 proportionales: & erunt E, G primi^μ inter se,
 & similes plani^ν numeri. Sint H, K latera
 ipsius E , & L, M latera ipsius G . Erunt ergo
 E, F, G proportionales in ratione ξ $H : L$ vel
 $K : M$. Iam quum E, F, G eandem cum A ,
 C, D rationem habeant: erit $E : G = \circ A : D$.
 Et quia E, G primi sunt, ideoque π minimi:
 & metientur ipsos A, D aequaliter. Metiatur
 E ipsum A per N : ergo $EN = \sigma A$. Sed E
 $= HK$: ergo A est solidus^τ numerus, cuius
 latera H, K, N . Rursus quia E, F, G minimi
 sunt eandem rationem habentium, quam C, D, B :
 E ipsum C aequaliter metitur, ac G ipsum B .
 Metiatur E ipsum C per O . Ergo $GO = B$.
 Sed

Sed $G = LM$. Quare B est solidus, cuius latera L, M, O. Denique quia $A = EN$, & $C = EO$: erit $N : O = A : C = E : F =$ v. 17. 7. Φ . 21. def. 7.
 $H : L = K : M$. Quare similes ϕ solidi sunt A, B numeri. Q. E. D.

PROP. XXII. THEOR.

A 4, B 6, C 9 Si tres numeri A, B, C deinceps proportionales fuerint, primus A autem sit quadratus: & tertius C quadratus erit.

Nam A, C similes $\propto$ sunt plani numeri. Ergo quum ψ latera ipsius A aequalia sint: ω erunt & latera ipsius B aequalia, ideoque ψ erit & C quadratus. Q. E. D. $\propto$. 20. 8. ψ . 18. def. 7. ω . 21. def. 7.

PROP. XXIII. THEOR.

A 8, B 12, C 18, D 27

Si quatuor numeri A, B, C, D deinceps proportionales fuerint, primus autem A sit cubus: & quartus D cubus erit.

Nam A, D sunt $\propto$ similes solidi. Ergo & D cubus est. Q. E. D. $\propto$. 21. 8.

PROP. XXIV. THEOR.

A 4, B 9 Si duo numeri A, B inter se rationem habeant, quam numerus quadratus C ad quadratum numerum D, primus autem A sit quadratus: & secundus B quadratus erit.

Quia enim inter similes planos C, D, unus medius proportionalis β cadit; & $A : B = C : D$ β . 18. 8.
 cadet

7. 8. 8.
2. 22. 8.

cadet quoque inter A, B vnus 7 medius proportionalis. Ergo & B⁸ est quadratus. Q. E. D.

* *Schol. 1.* Ergo ratio numeri quadrati ad non quadratum nequit exhiberi per duos quadratos numeros.

* *Schol. 2.* Et si A numerus ad numerum B est vt quadratus ad quadratum: numeri A, B similes plani sunt. (per 20. 8. & dem. huius). Et hinc dissimiles plani non sunt vt quadratus ad quadratum.

PROP. XXV. THEOR.

A 64, B 216
C 8, D 27
Si duo numeri A, B inter se rationem habeant, quam numerus cubus C ad cubum numerum D, primus autem A sit cubus: & secundus B cubus erit.

5. 19. 8.
2. 8. 8.
11. 23. 8.

Quia enim C, D similes solidi sunt: duo medii proportionales inter^e eos cadunt. Ergo & inter A, B duo medii proportionales² cadunt. Quare quum A cubus sit: B etiamⁿ cubus erit. Q. E. D.

* Ergo ratio numeri cubi ad non cubum reperi nequit in duobus numeris cubis.

PROP. XXVI. THEOR.

A 6, C 12, B 24
D 1, E 2, F 4
Similes plani numeri A, B inter se rationem habent, quam numerus quadratus ad quadratum numerum.

3. 18. 8.
11. 2. 8.

Medius proportionalis, inter A, B cadens³, sit C, & sumantur^{*} minimi D, E, F eandem quam

quam A, C, B rationem habentium. Ergo λ λ . I. cor. 2. 8.
 D, F quadrati erunt. Et quia $D:F = \mu$ $A:B$: μ . 14. 7.
 habebit A ad B rationem quadrati ad quadra-
 tum. Q. E. D.

PROP. XXVII. THEOR.

A 16, C 24, D 36, B 54

E 8, F 12, G 18, H 27

*Similes solidi numeri A, B inter se rationem
 habent, quam numerus cubus ad cubum nume-
 rum.*

Nam medii duo proportionales inter A, B
 cadentes sint C, D, & sint E, F, G, H totidem ξ v. 19. 8.
 minimi & in eadem ratione ac A, C, D, B. ξ . 2. 8.
 Ergo eorum extremi E, H cubi erunt. Hinc, θ . I. cor. 2. 8.
 quia $A:B = \pi$ $E:H$, patet, esse A ad B, vt π . 14. 7.
 cubus ad cubum. Q. E. D.

